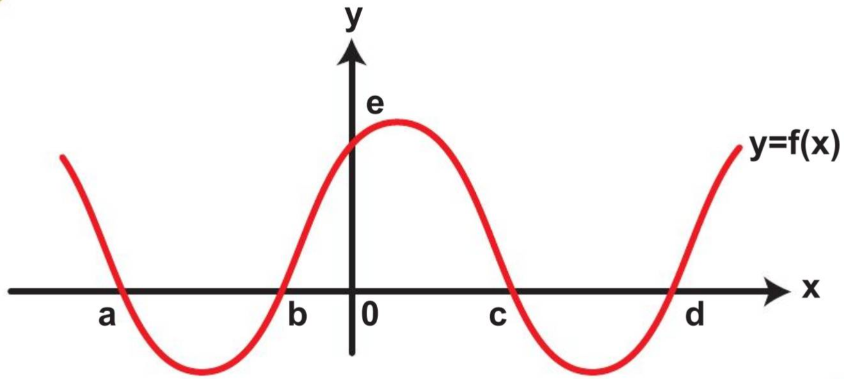
FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR - I

AYT MATEMATİK POSTER NOTLAR

Fonksiyon Grafiğinin Eksenleri Kestiği Noktalar

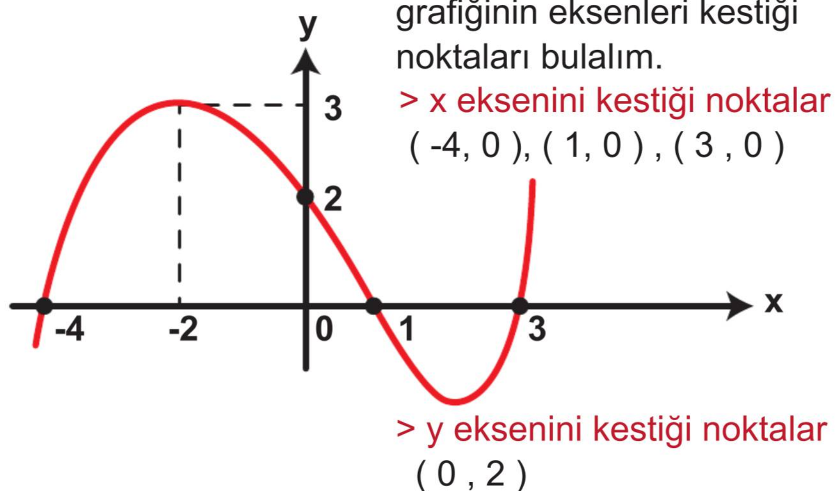


x eksenini kestiği noktaları bulmak için fonksiyonun kuralında y yerine sıfır yazılır.
Grafiğin x eksenini kestiği noktaların apsisleri f(x)=0 denkleminin kökleri olan a, b, c, ve d'dir.

y eksenini kestiği noktaları bulmak için fonksiyonun kuralında x yerine sıfır yazılır.
Grafiğin y eksenini kestiği nokta koordinatı (0,F(0)) olan e'dir.

UYGULAMA

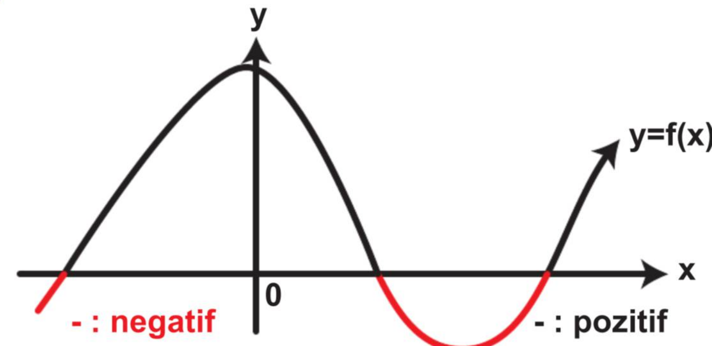
y = f (x) fonksiyonunun grafiğinin eksenleri kestiği noktaları bulalım.



> x eksenini kestiği noktalar
(-4, 0), (1, 0) , (3 , 0)

> y eksenini kestiği noktalar
(0 , 2)

Fonksiyonun Negatif ve Pozitif Olduğu Aralıklar

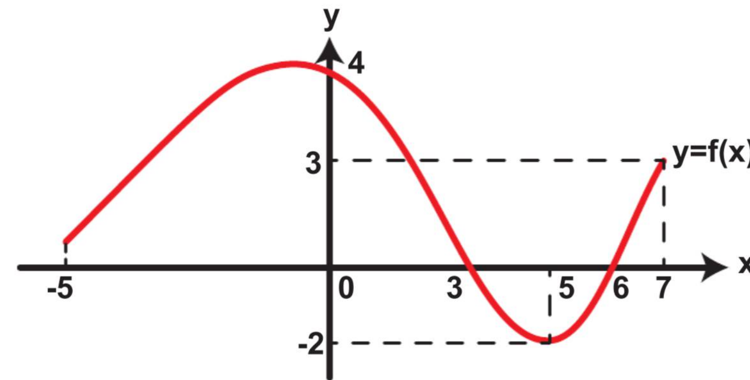


Grafikte x ekseninin üstünde kalan kısımlarda fonksiyon pozitiftir.

Grafikte x ekseninin altında kalan kısımlarda fonksiyon negatiftir.

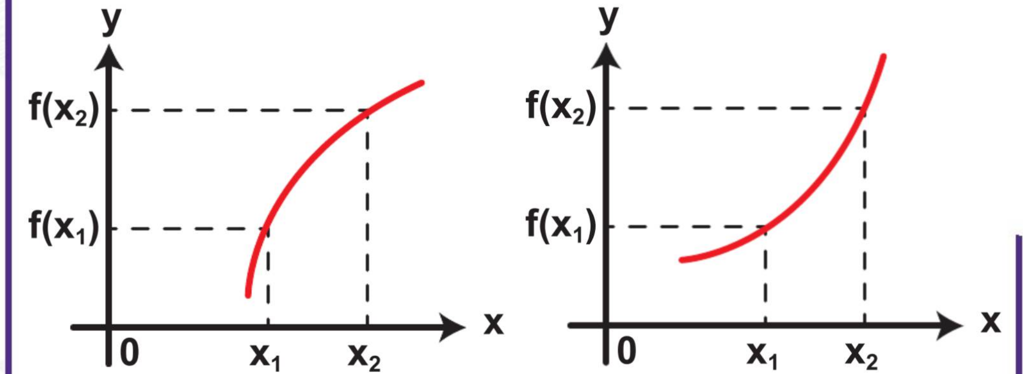
Uygulama

y = f (x) fonksiyonunun negatif ve pozitif değer aldığı aralıkları bulalım.

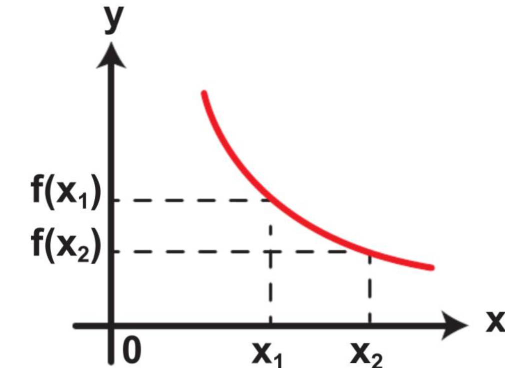


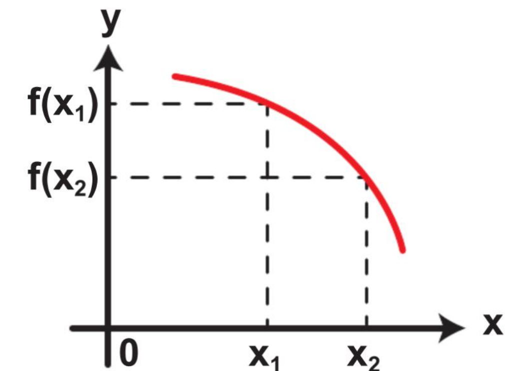
y = f (x) fonksiyonunun negatif olduğu aralıklar x ekseninin altında kalan kısımlardır. (3 , 6)
y = f (x) fonksiyonunun pozitif olduğu aralıklar x ekseninin üstünde kalan kısımlardır. [-5 , 3) ve (6 , 7]

Artan ve Azalan Fonksiyon



$x_1 < x_2$ $f(x_1) < f(x_2)$ ise fonksiyon artandır.





**$x_1 < x_2$ $f(x_1) > f(x_2)$
ise fonksiyon azalandır.**

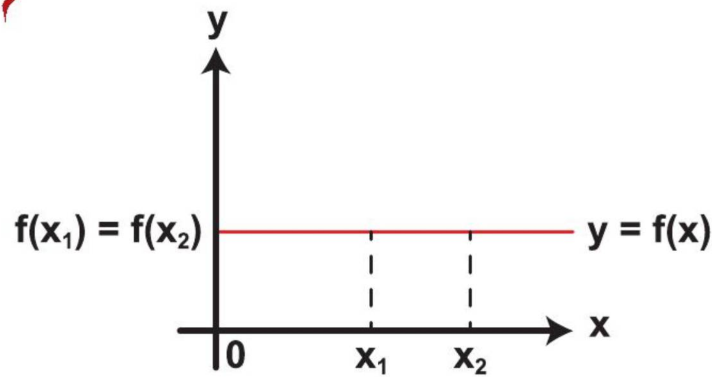


www.krakademi.com 312 911 20 20 554 911 05 91

FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR - II

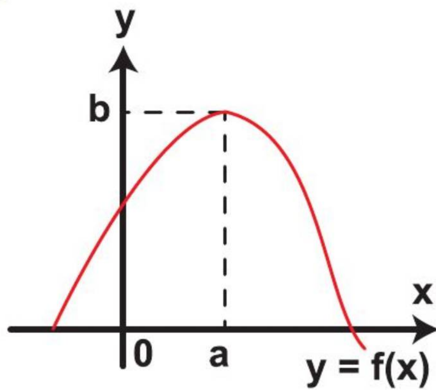
AYT MATEMATİK

Sabit Fonksiyon

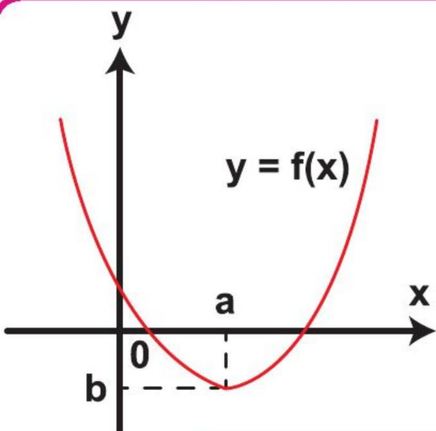


$\forall x_1, x_2$ için $f(x_1) = f(x_2)$ ise
f fonksiyonu sabit fonksiyondur.

Maksimum ve Minimum Noktalar

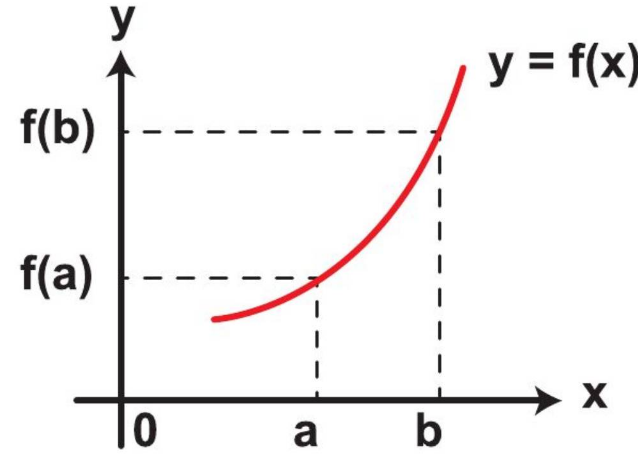


Fonksiyonun görüntülerinin en büyüğüne fonksiyonun maksimum değeri, bu değeri aldığı noktaya maksimum noktası denir. (b → max)



Fonksiyonun görüntülerinin en küçüğüne fonksiyonun minimum değeri, bu değeri aldığı noktaya minimum noktası denir. (b → min)

Ortalama Değişim Hızı



Birim zamanda meydana gelen değişimler (artma ya da azalma) ortalama değişim hızıdır.

Doğrusal fonksiyonlarda değişim hızı sabittir ve eğime eşittir

f(x) = mx + n fonksiyonunda x'in değeri 1 arttığında fonksiyonun değeri m kadar artar. m fonksiyonun değişim hızıdır.

Değişim hızı
m > 0 iken pozitiftir.
m < 0 iken negatiftir.

f (x) fonksiyonunun
[a , b] aralığındaki değişim hızı

$\frac{f(b) - f(a)}{(b - a)}$ ile bulunur.

Uygulama

f (x) = mx + 5
fonksiyonunun değişim hızı 3 tür.
f (-1) değerini bulalım.

Değişim hızı eğime eşittir.
m = 3
f (x) = 3x + 5 , f (-1) = 2

Uygulama

$f(x) = -x^2 + 4x + 3$
fonksiyonunun [0 , 2] aralığındaki ortalama değişim hızını bulalım.

$\frac{f(2) - f(0)}{(2 - 0)} = 2$

Uygulama

y = (3 - a) x + 5 fonksiyonunun değişim hızı pozitiftir. a 'nın değer aralığını bulalım.

$3 - a > 0 \Rightarrow a < 3$
$a \in (-\infty, 3)$

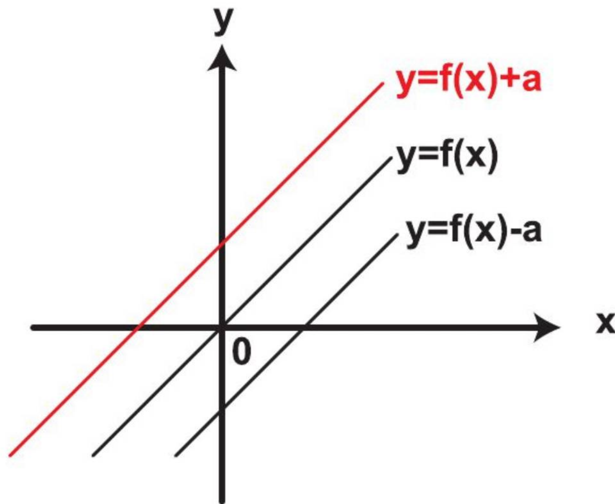


FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR - III

AYT MATEMATİK

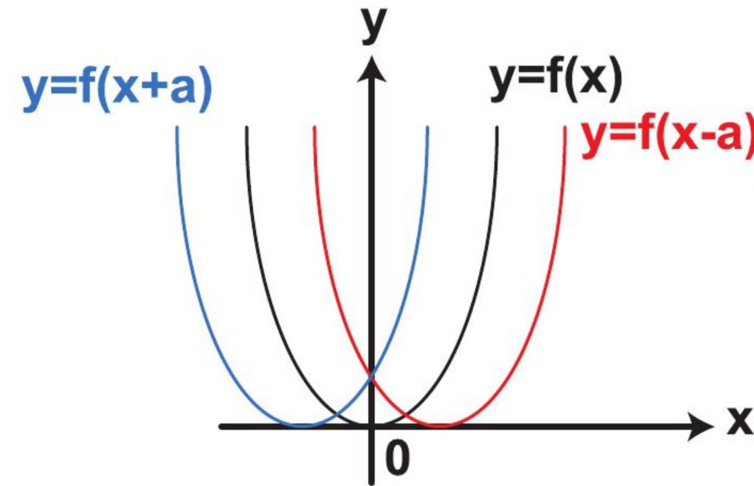
a > 0 olmak üzere ,

- $y = f(x) + a$ fonksiyonunun grafiği $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin a birim yukarı ötelenmiş halidir.
- $y = f(x) - a$ fonksiyonunun grafiği $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin a birim aşağı ötelenmiş halidir.

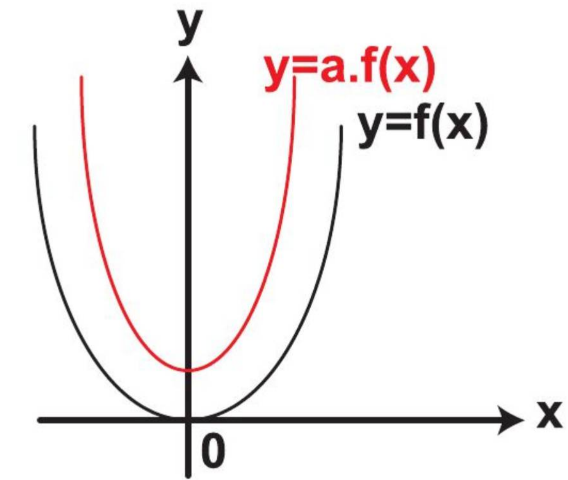


a > 0 olmak üzere ,

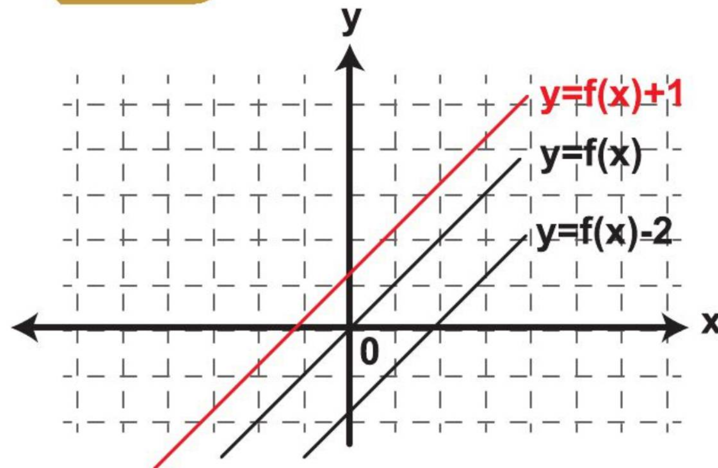
- $y = f(x + a)$ fonksiyonunun grafiği $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin a birim sola ötelenmiş halidir.
- $y = f(x - a)$ fonksiyonunun grafiği $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin a birim sağa ötelenmiş halidir.



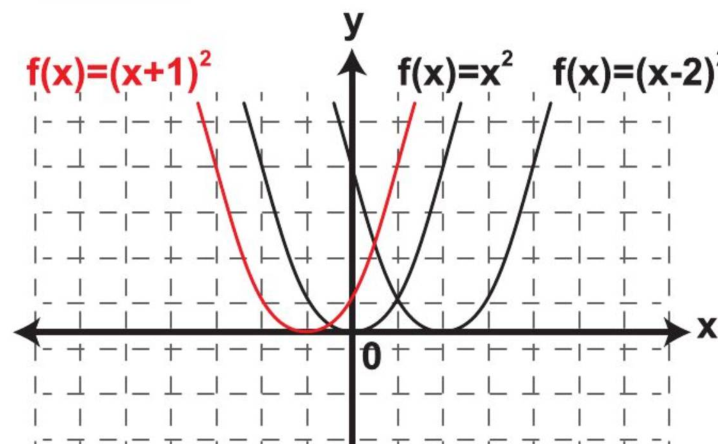
- $y = a \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilirken $y = f(x)$ fonksiyonunun her noktasının ordinatı a ile çarpılır.



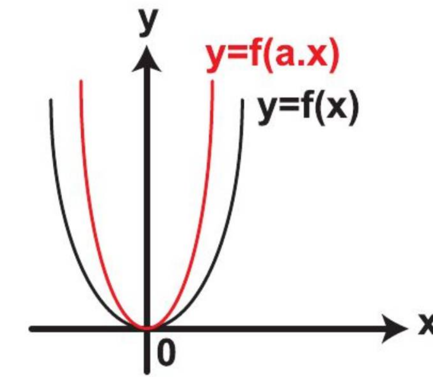
Uygulama



Uygulama



- $y = f(a.x)$ fonksiyonunun grafiği çizilirken $y = f(x)$ fonksiyonunun her noktasının apsisi a ile çarpılır.





OLASILIK - I

Koşullu Olasılık

A ve B, E örnek uzayında iki olay olsun. B olayının gerçekleşmesi halinde A olayının gerçekleşme olasılığına A olayının B olayına bağlı koşullu olasılığı denir.

P (A / B) ile gösterilir.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Eğer E eş olumlu örnek uzay ise

$$P(A/B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)}$$ 'dir.

Koşullu olasılık sorularında ''bilindiğine göre'' , ''olduğuna göre'' , ''geldiğine göre'' gibi ifadeler yer alır.

Göre kelimesinden önce ifade edilen örnek uzay , göre kelimesinden sonra ifade edilen ise istenilen olaydır.

Uygulama

8 - A sınıfının mevcudu 24 'tür. Matematik dersinden geçenlerin sayısı 12, Türkçe dersinden geçenlerin sayısı 15, her iki dersten de geçenlerin sayısı 3 ' tür.

Rastgele seçilen bir öğrencinin Türçe dersinden geçtiği bilindiğine göre, matematik dersinden de geçmiş olma olasılığını bulalım.

$s(B) = 15$, $s(A \cap B) = 3$, $P(A/B) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

Bağımsız olaylar

A ve B olaylarının gerçekleşmesi birbirine bağımlı değilse bu olaylara bağımsız olaylar denir.

$P(A \cap B) = P(A) . P(B)$

Bağımsız olaylarda bir olayın sonucu diğer olayın sonucunu etkilemez.

Uygulama

Bir zar ve bir madeni para düz zemine atıldığında paranın tura , zarın üst yüzüne gelen sayının 2 den büyük olma olasılığını bulalım.

Para atıldığında tura gelme olayı A , zar atıldığında 2 den büyük gelme ihtimali B olsun.

$P(A) = \frac{1}{2}$ $\quad P(B) = \frac{4}{6}$ $\quad P(A \cap B) = P(A) . P(B)$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} = \frac{1}{3}$$



PLAY

NA SQUADS • 1PP

HOME CHARACTER REWARDS STATS SETTINGS

CreativeGrenade 29,921

OLASILIK - II

Deneysel Olasılık

- Bir deneysel veya olaydaki çıktıların oluşma sıklığından yararlanılarak bulunan olasılık deneysel olasılıktır.
- Bir olayın deneysel olasılığı, olay sayısının toplam deneme (çıktı) sayısına oranıdır.

Teorik Olasılık

- Hesap yapılarak bulunan olasılık teorik olasılıktır.
- Bir olayın teorik olasılığı beklenen durumun örnek uzaya oranıdır.

Bağımlı Olaylar

A olayının gerçekleşmesi B olayının gerçekleşmesini etkiliyorsa bu iki olay bağımlı olaydır.

$P(A \cap B) = P(A) . P(B/A)$



Uygulama



İçerisinde 8 mavi 9 kırmızı topun bulunduğu torbadan çekilen top geri konulmak şartıyla art arda iki top çekiliyor.
Çekilen ilk topun mavi, diğerinin kırmızı olma olasılığını bulalım.

ilk topun mavi olma olasılığı $\frac{8}{17}$ 'dir.

ikinci topun kırmızı olma olasılığı $\frac{9}{16}$ 'dır.

O halde olasılık $\frac{8}{17} \cdot \frac{9}{16} = \frac{9}{34}$

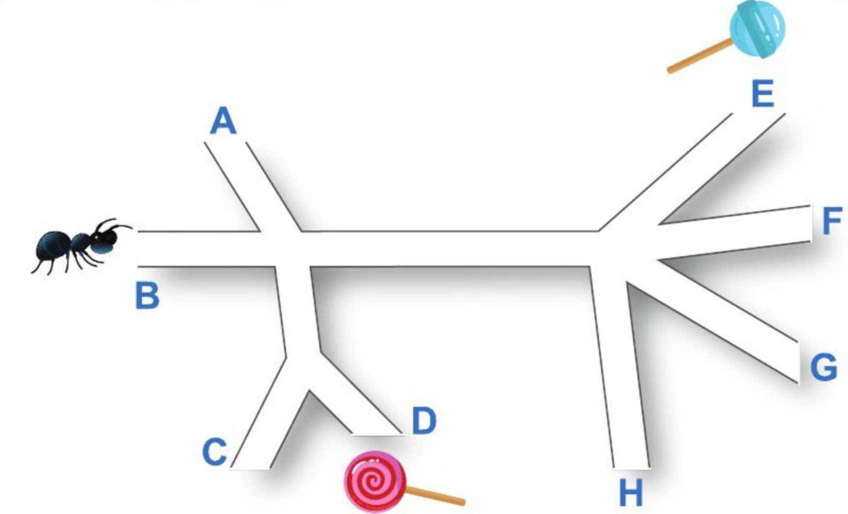
Oyuncuların sürpriz eşya kutuları satın alabildikleri bir video oyununda bugüne kadar oyucuların açtığı kutulardan çıkan eşyaların sayıları aşağıdaki gibidir:
Sıradan Eşya: 984516
Değerli Eşya: 15112
Eşsiz Eşya: 372

Buna göre açılacak herhangi bir kutudan sıradan eşya çıkmama olasılığı nedir?

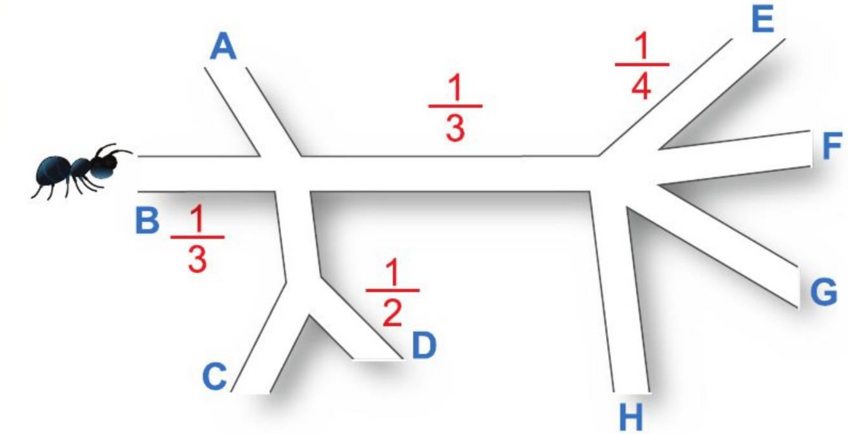
CEVAP
984516+15112+372=100000
15112+372=15484
$\frac{15484}{1000000}$ = **%0,015**

kr AKADEMİ

Ağaç Diyagramı ile Bileşik Olaylar



- B noktasındaki karıncanın yiyeceğe ulaşmış olma olasılığını bulalım.



- D noktasındaki yiyeceğe ulaşmış olma olasılığı

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

- E noktasındaki yiyeceğe ulaşmış olma olasılığı

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

- Karıncanın yiyeceğe ulaşmış olma olasılığı

$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$



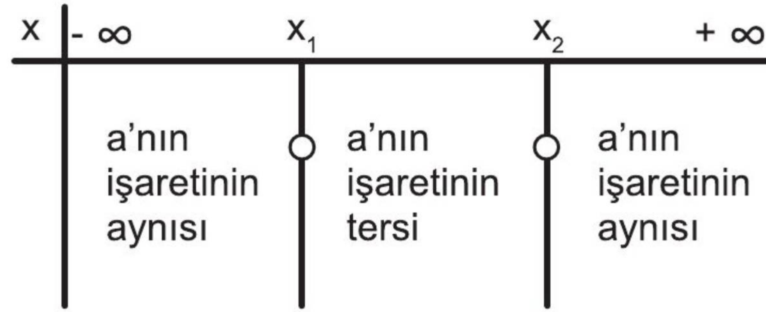
2.DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER - I

AYT MATEMATİK

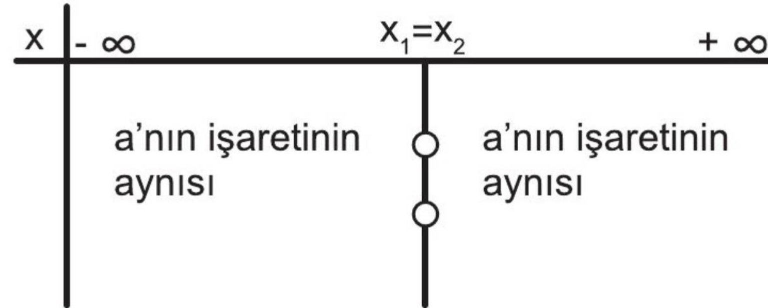
2. dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik çözümü

$f(x)= ax^2+bx+c$ ifadesinin işaret tablosu
$\Delta = b^2 - 4ac$ ifadesine bağlıdır.

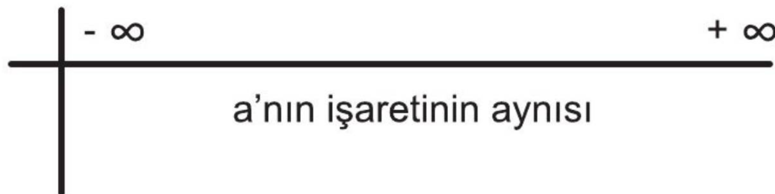
$\Delta > 0$ iken denklemin farklı iki kökü vardır. ($x_1 < x_2$)



$\Delta = 0$ iken denklemin eşit iki kökü vardır. (Çift kat kök)



$\Delta < 0$ iken denklemin reel kökü yoktur.

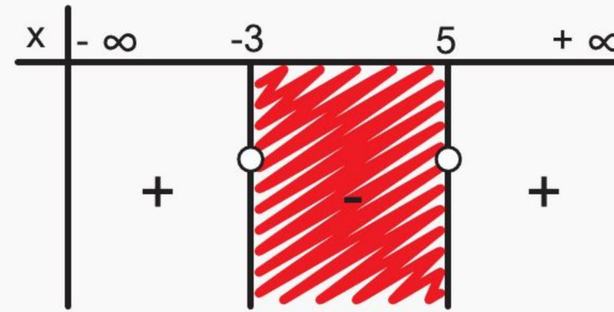


Uygulama

- $x^2 - 2x - 15 < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$x^2 - 2x - 15 = (x - 5) . (x + 3) = 0$

$\Rightarrow x= 5 , x = -3$

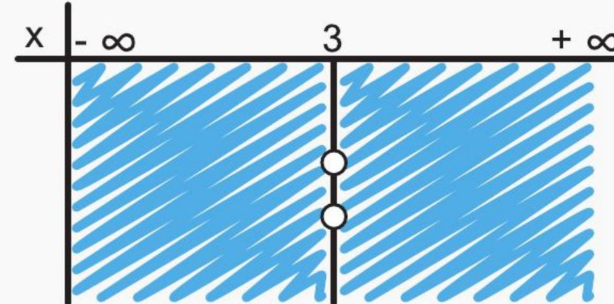


Ç.K = (-3 , 5)

- $x^2 - 6x + 9 > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$x^2 - 6x + 9 = (x - 3) . (x - 3) = 0$

$x = 3$



Ç.K = $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$
$= R - \{3\}$

Eşitsizliklerde içler dışlar çarpımı yapılmaz. İfadeler bir tarafa toplanır, diğer taraf sıfır yapılmaya çalışılır.

Eşitsizlik rasyonel ise paydayı sıfır yapan değer alınmaz.

Eşitsizliklerde sadeleştirme yapılmaz.

Mutlak değerli ifadeler çift katlı kök kabül edilir.

Eşitsizlik Sistemi

Eşitsizliklerin ayrı ayrı çözüm kümeleri bulunur ve bu kümelerin kesişimleri alınır.



2.DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER - II

Kök ikiden fazla ise:

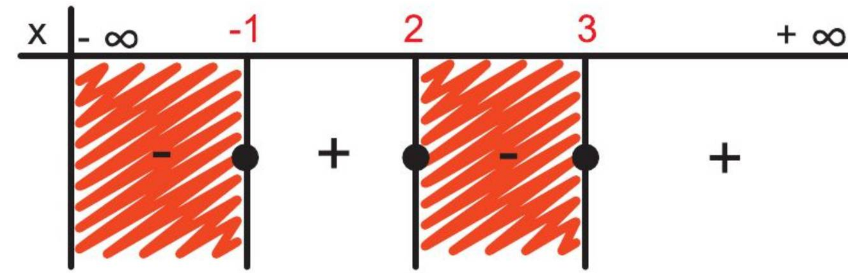
- Bir taraf sıfıra eşitlenir ve kökler bulunur.
- Kökler tabloda küçükten büyüğe doğru sıralanır.
- Her bir çarpanın en büyük dereceli teriminin işaretleri çarpılır ve bulunan işaret en sağda kalan bölgeye yazılır.
- Tek kat köke rastlanınca işaret değiştirilerek , çift kat köke rastlanınca işaret değiştirilmeden bölgelerin işaretleri tamamlanır.

Uygulama

$(x-2).(x^2-2x-3) \leq 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$(x-2).(x^2-2x-3) = (x-2).(x-3).(x+1) = 0$

$x=-1$, $x=2$, $x=3$



Ç.K = $(-\infty, -1] \cup [2, 3]$

eşitsizliğin daima sağlanması

$ax^2 + bx + c > 0$
$a > 0$, $\Delta < 0$ olmalıdır.

$ax^2 + bx + c < 0$
$a < 0$, $\Delta < 0$ olmalıdır.

Grafikte x ekseninin kestiği noktalar tek kat köktür.

Grafikte x ekseninin teğet olduğu noktalar çift kat köktür.

$\Delta > 0$, $(x_1 < x_2)$

- $x_1 . x_2 > 0$, $x_1 + x_2 > 0$ => $0 < x_1 < x_2$ . . . pozitif iki kök vardır.
- $x_1 . x_2 > 0$, $x_1 + x_2 < 0$ => $x_1 < x_2 < 0$ . . . negatif iki kök vardır.
- $x_1 . x_2 = 0$, $x_1 + x_2 > 0$ => $x_1 = 0 < x_2$ . . . küçük kök sıfırdır.
- $x_1 . x_2 = 0$, $x_1 + x_2 < 0$ => $x_1 < x_2 = 0$ . . . büyük kök sıfırdır.
- $x_1 . x_2 < 0$, $x_1 + x_2 > 0$ => $x_1 < 0 < x_2$ . . . $|x_1| < |x_2|$
- $x_1 . x_2 < 0$, $x_1 + x_2 < 0$ => $x_1 < 0 < x_2$ . . . $|x_1| > |x_2|$

$\Delta = 0$ iken,

- $x_1 + x_2 > 0$ => $0 < x_1 = x_2$ ... eşit iki pozitif kök vardır.
- $x_1 + x_2 = 0$ => $x_1 = x_2 = 0$
- $x_1 + x_2 < 0$ => $x_1 = x_2 < 0$ eşit iki negatif kök vardır.

$\Delta < 0$ iken,

Denklemin reel kökü yoktur.



PARABOL - I

Parabol

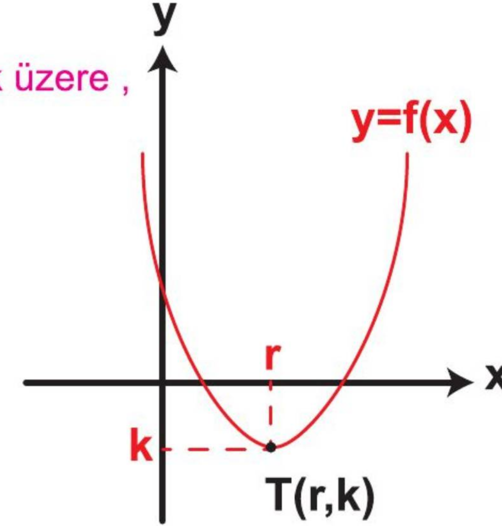
- $a \neq 0$ ve a , b , c $\in$ R olmak üzere , f : R –> R tanımlanan $f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki fonksiyonlara 2.dereceden bir değişenli fonksiyonlar denir.
- f (x) fonksiyonunun analitik düzlemdeki görüntüsüne parabol denir.

Tepe Noktası

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiğinin tepe noktası T (r , k) olmak üzere ,

$$r = \frac{-b}{2a}$$

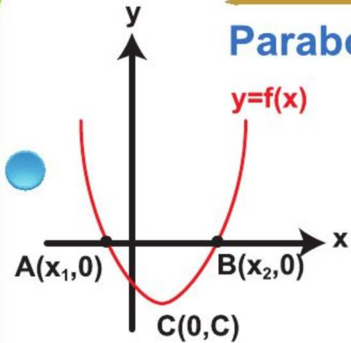
$$k = f(r) = \frac{4ac - b^2}{4a}$$



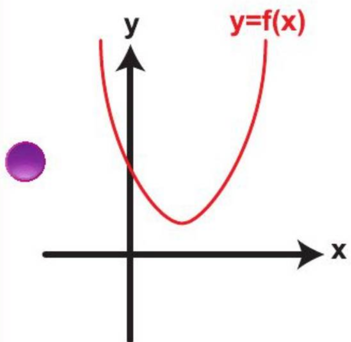
$f(x) = a.(x - r)^2 + k$ fonksiyonunun grafiğinde T (r , k)' dir.

Parabol $x = \frac{-b}{2a}$ doğrusuna göre simetriktir.

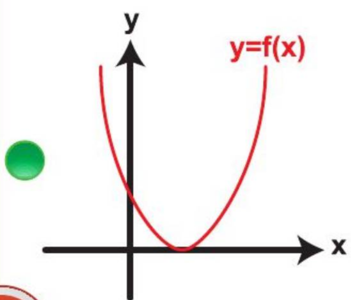
Parabolün Eksenleri Kestiği Noktalar



$f(x) = ax^2 + bx + c$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 'dir.
$\Delta > 0$ ise , parabol x eksenini iki farklı noktada keser.



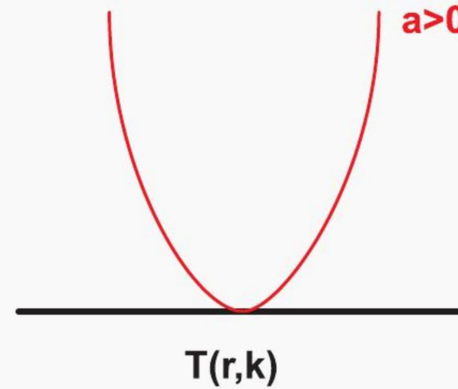
$\Delta < 0$ ise , parabol x eksenini kesmez.



$\Delta = 0$ ise , parabol x eksenine teğettir.

X^2 ' nin katsayısı a'nın işareti

$f(x) = ax^2 + bx + c$

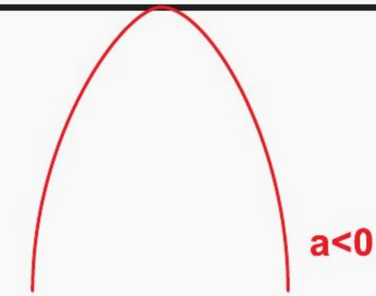


$a > 0$ ise parabolün kolları yukarı doğrudur.

f (x) 'in en küçük değeri tepe noktasının ordinatı olan k' dir.

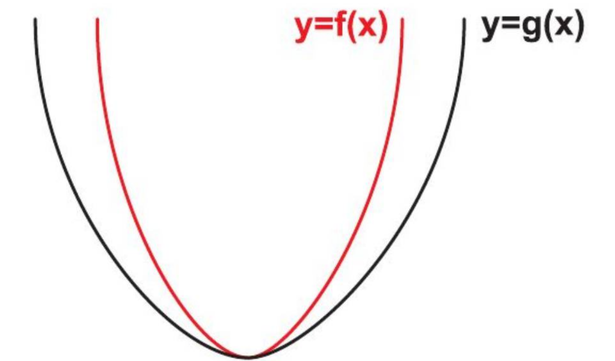
$f(x) = ax^2 + bx + c$

T(r,k)



$a < 0$ ise parabolün kolları aşağı doğrudur.

f (x) 'in en büyük değeri tepe noktasının ordinatı olan k' dir.



$f(x) = ax^2 + bx + c$ dekleminde
I a I büyüdükçe kollar daralır.
$f(x) = 3x^2$, $g(x) = x^2$

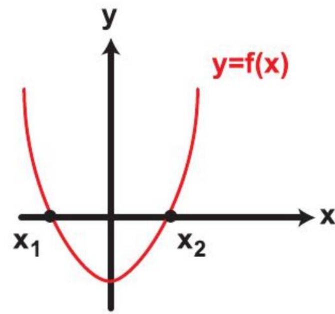


PARABOL - II

$f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünü çizmek için

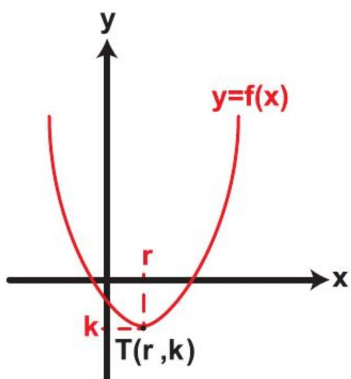
- Fonksiyonun tepe noktası bulunur.
- Fonksiyonun eksenleri kestiği noktalar bulunur.
- a'nın işaretine bakılarak parabolün kollarının yönü belirlenir.

Tepe Noktası Bilinen Parabolün Denklemi



a değerini bulmak için parabol üzerindeki herhangi bir noktanın değeri yazılır.

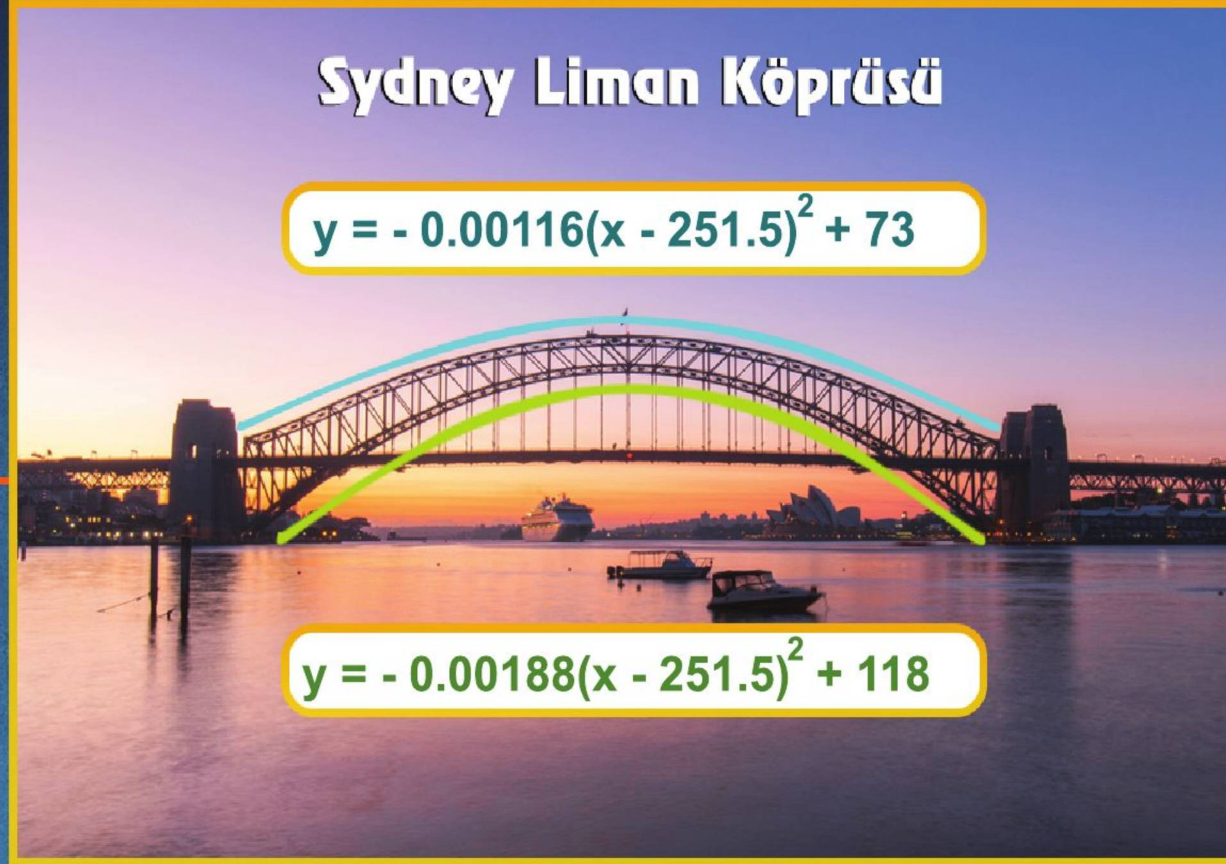
$y = f(x) = a.(x - x_1).(x - x_2)$



$y = a.(x - r)^2 + k$

x eksenini kestiği noktalar bilinen parabolün denklemi

a değerini bulmak için parabol üzerindeki herhangi bir noktanın değeri yazılır.



Geçtiği 3 Nokta Bilinen Parabolün Denklemi ⟵

$y_1 = ax_1^2 + bx_1 + c$

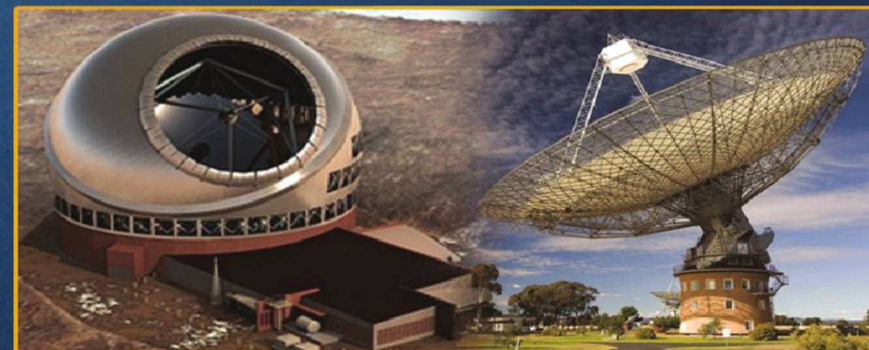
$y_2 = ax_2^2 + bx_2 + c$

$y_3 = ax_3^2 + bx_3 + c$

denklemleri yazılır ve ortak çözüm yapılarak a , b , c katsayıları bulunur.

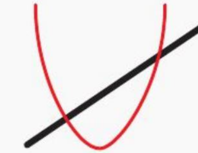
Parabol ile Doğrunun Düzlemdeki Durumu

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ parabölü ile
$y = g(x) = mx + n$ doğrusunun
ortak çözümü yapılır.
$ax^2 + bx + c = mx + n$
$ax^2 + (b - m)x + c - n = 0$
denkleminin kökleri doğru ile parabolün kesiştiği noktaların apsisleridir.



Parabol ölçümleri günümüzde en çok mercek yapımında, çanak antenlerde ve mimaride kullanılır.

Ortak Çözümde



- $\Delta > 0$ ise, parabol doğruyu iki farklı noktada keser.



- $\Delta = 0$ ise, doğru parabole teğettir.



- $\Delta < 0$ ise , doğru parabolile kesişmez.

Uygulama

$y = x^2 + 4x + 1$ parabolü ile

$y = x - 1$ doğrusunun kesim noktalarını bulalım.

$x^2 + 4x + 1 = x - 1 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$

$\Rightarrow (x+2).(x+1) = 0$

$\Rightarrow x = -2 \ , x = -1$

$x = -2$ iken $y = -3$, A (-2 , -3)

$x = -1$ iken $y = -2$, B (-1 , -2)

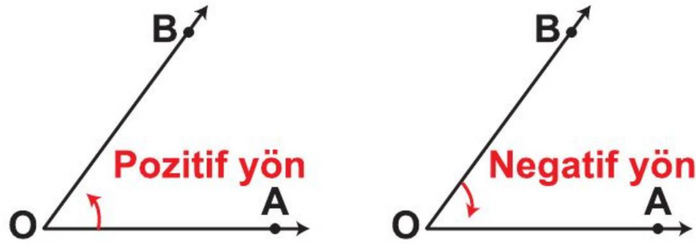


TRİGONOMETRİ - I

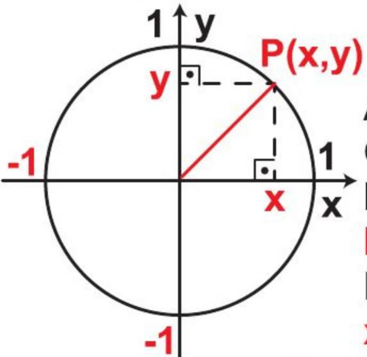
AÇI : Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşimine açı denir.

KURAL

Açının köşesi etrafında, başlangıç kenarından bitim kenarına iki türlü gidilebilir. Bunlardan bir tanesi saatin dönme yönünün tersi olan , **pozitif yön** , diğeri saatin dönme yönünün aynısı olan **negatif yön**dür.



Birim Çember



Analitik düzlemde merkezi O (0 , 0) ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim çember denir
Birim çemberin denklemi $x^2 + y^2 = 1$ ‘dir.

Açı Ölçü Birimleri

Derece : Bir tam çember yayının 360 eş parçasından birini gören merkez açının ölçüsüne 1 derece denir. 1^0 ile gösterilir.

Radyan : Yarıçap uzunluğuna eşit uzunluktaki bir yayı gören merkez açının ölçüsüne 1 radyan denir.

Birim çemberin çevresi 360^0 veya 2π radyandır.

360^0 = 2π radyan

Derece D ile , radyan R ile gösterilir.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

Esas Ölçü

$0^0 \leq \measuredangle \leq 360^0$ ve k Є Z olmak üzere ,
ölçüsü $\measuredangle + k \, . \, 360^0$
olan açının esas ölçüsü $\measuredangle$ derecedir.

Açının birimi ne olursa olsun esas ölçü negatif yönlü olamaz.
Esas ölçü [0^0 , 360^0) aralığındadır.

Derece cisinden verilen pozitif açılar 360^0 ‘ ye bölünür. Elde edilen kalan esas ölçüdür.

Derece cinsinden verilen negatif yönlü açılarda, açının mutlak değeri 360^0 ‘ ye bölünür.
Kalan 360^0 ’ den çıkarılarak esas ölçü bulunur.

Radyan cinsinden verilen açılarda açının içerisinden 2π ‘nin katları atılır.
Kalan esas ölçüdür.

Radyan cinsinden verilen negatif yönlü açıların esas ölçüsü bulunurken, verilen açı pozitif yönlü gibi düşünülerek esas ölçü bulunur. Bulunan değer 2π ‘den çıkarılır.

Uygulama

$\measuredangle = 2380^0$ nin esas ölçüsünü bulalım

2380|360
-2160| 6
220

$\measuredangle = 6 \, . \, 360 \, . + 220$
o halde $\measuredangle$ ’ nın esas ölçüsü 220^0 dir.

$\theta = -1400^0$ nin esas ölçüsünü bulalım.

1400|360
-1440| -4
40

$\theta = (-4) \, . \, 360 \, . + 40$
o halde Ɵ‘ nın esas ölçüsü 40^0 dir.

$\measuredangle = \frac{35\pi}{4}$ nin esas ölçüsünü bulalım.

$\measuredangle = 8\pi + \frac{3\pi}{4}$ o halde $\measuredangle$ ’nın esas ölçüsü $\frac{3\pi}{4}$ tür.

$\theta = \frac{-25\pi}{4}$ nin esas ölçüsünü bulalım.

$\theta = -8\pi + \frac{7\pi}{4}$ o halde Ɵ’nın esas ölçüsü $\frac{7\pi}{4}$ tür.



TRİGONOMETRİ - II

Kosinüs Fonksiyonu

x reel sayısını cosx'e dönüştüren fonksiyona kosinüs fonksiyonu denir.

$f : R \rightarrow [-1, 1], f(x) = \cos x$

P noktasının apsisine α 'nın kosinüsü denir ve cos α ile gösterilir.

$-1 \leq \cos\alpha \leq 1$

kosinüs ekseni

Sinüs Fonksiyonu

x reel sayısını sinx'e dönüştüren fonksiyona sinüs fonksiyonu denir.

$f : R \rightarrow [-1, 1], f(x) = \sin x$

P noktasının ordinatına α 'nın sinüsü denir ve sin α ile gösterilir.

$-1 \leq \sin\alpha \leq 1$

Tanjant Fonksiyonu

T(1,a)

T noktasının ordinatına α 'nın tanjantı denir ve tan α ile gösterilir. x = 1 doğrusuna tanjant ekseni denir.

$a = \tan\alpha$

$-\infty < \tan\alpha < \infty$

Kotanjant Fonksiyonu

K(b,1), y=1

K noktasının apsisine α 'nın kotanjantı denir ve cot α ile gösterilir. y = 1 doğrusuna kotanjant ekseni denir.

$b = \cot\alpha$

$-\infty < \cot\alpha < \infty$

Kosekant , Sekant Fonksiyonu

S(0,c), R(s,0)

$c = \operatorname{cosec}\alpha$
$s = \sec\alpha$

P noktasındaki teğetin y eksenini kestiği noktanın ordinatına α 'nın kosekantı denir ve cscα ya da cosec α ile gösterilir.

P noktasındaki teğetin x eksenini kestiği noktanın apsisine α 'nın sekantı denir ve sec α ile gösterilir.

2.BÖLGE	1.BÖLGE
sin +	sin +
cos -	cos +
tan -	tan +
cot -	cot +
3.BÖLGE	**4.BÖLGE**
sin -	sin -
cos -	cos +
tan +	tan -
cot +	cot -

$\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$, 2π

TRİGONOMETRİ - III

AYT MATEMATİK

Trigonometrik Özdeşlikler

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \qquad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha \,.\, \cot \alpha = 1$$

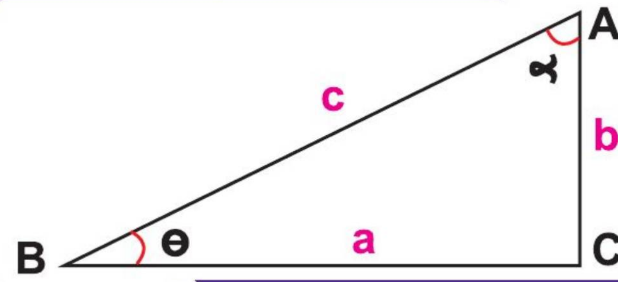
$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \qquad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sin	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
tan	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	Tanımsız
cot	$\mp\infty$	$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{3}$	0

Dik Üçgende Dar Açıların Trigonometrik Oranları



$$\cos \theta = \frac{\text{komşu dik}}{\text{hipotenüs}} = \frac{a}{c}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{karşı dik}}{\text{hipotenüs}} = \frac{b}{c}$$

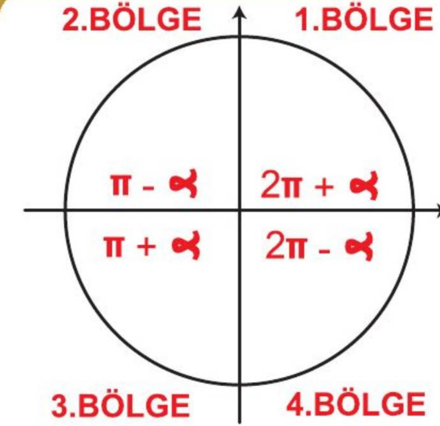
$$\tan \theta = \frac{\text{karşı dik}}{\text{komşu dik}} = \frac{b}{a}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{komşu dik}}{\text{karşı dik}} = \frac{a}{b}$$

$\alpha + \theta = 90^0 \Rightarrow \sin \alpha = \cos\theta$

$\alpha + \theta = 90^0 \Rightarrow \tan \alpha = \cot\theta$

$\alpha + \theta = 90^0 \Rightarrow \sec \alpha = \operatorname{cosec}\theta$



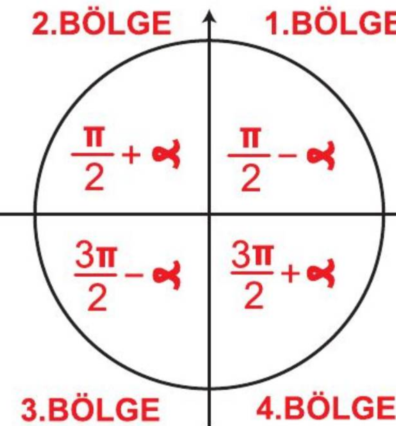
k Є Z olmak üzere,

$\sin(k\pi + \alpha) = \pm \sin \alpha$

$\cos(k\pi + \alpha) = \pm \cos \alpha$

$\tan(k\pi + \alpha) = \pm \tan \alpha$

$\cot(k\pi + \alpha) = \pm \cot \alpha$



k Є Z olmak üzere

$\sin\left(k\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \pm \cos\alpha$

$\cos\left(k\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \pm \sin\alpha$

$\tan\left(k\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \pm \cot\alpha$

$\cot\left(k\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \pm \tan\alpha$

$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$

$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$



TRİGONOMETRİ - IV

AYT MATEMATİK

Periyot (T)

$f(x) = a + b\sin^m(cx + d)$

$g(x) = a + b\cos^m(cx + d)$

$$T = \begin{cases} \dfrac{2\pi}{|c|}, & m \text{ tek ise} \\ \dfrac{\pi}{|c|}, & m \text{ çift ise} \end{cases}$$

sinx ve cosx fonksiyonlarının periyodu 2π 'dir.

tanx ve cotx fonksiyonlarının periyodu π 'dir.

$f(x) = a + b\tan^m(cx + d)$

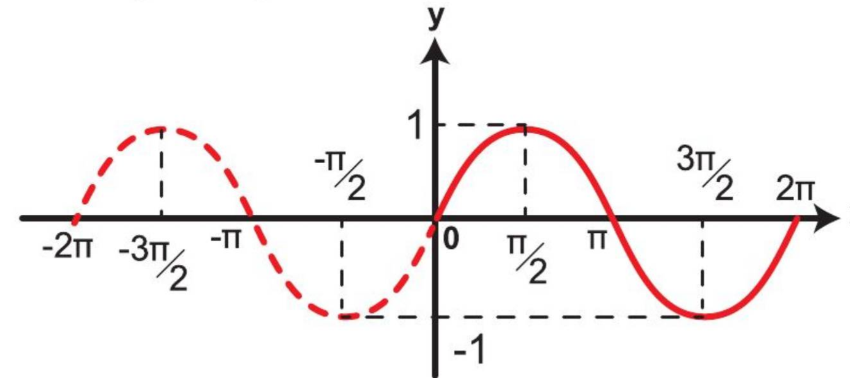
$g(x) = a + b\cot^m(cx + d)$

$$T = \frac{\pi}{|c|}$$

İki veya daha fazla trigonometrik fonksiyonunun toplamı ya da farkı şeklinde olan fonksiyonlarda periyotlar ayrı ayrı bulunur. .Daha sonra bulunan periyotların ekok'u alınır.

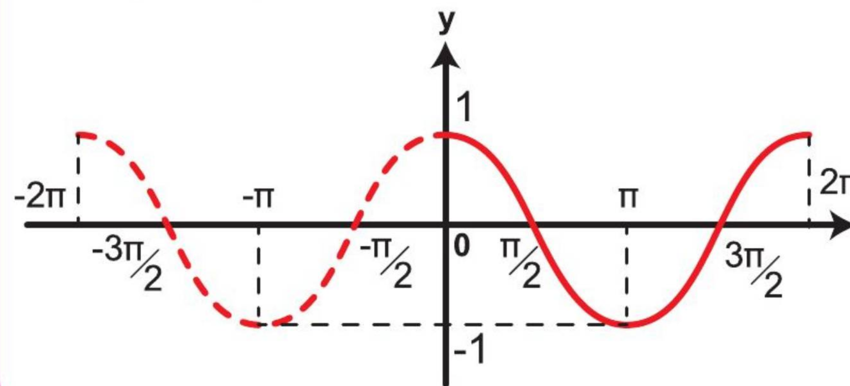
f (x) = sinx fonksiyonunun grafiği

$f: R \to [-1, 1]$

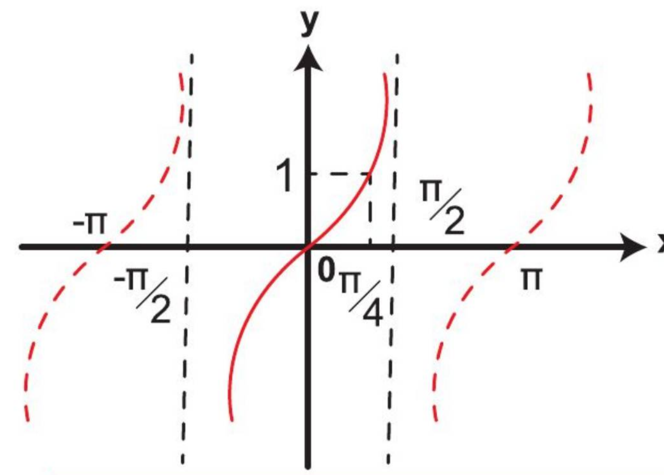


f (x) = cosx fonksiyonunun grafiği

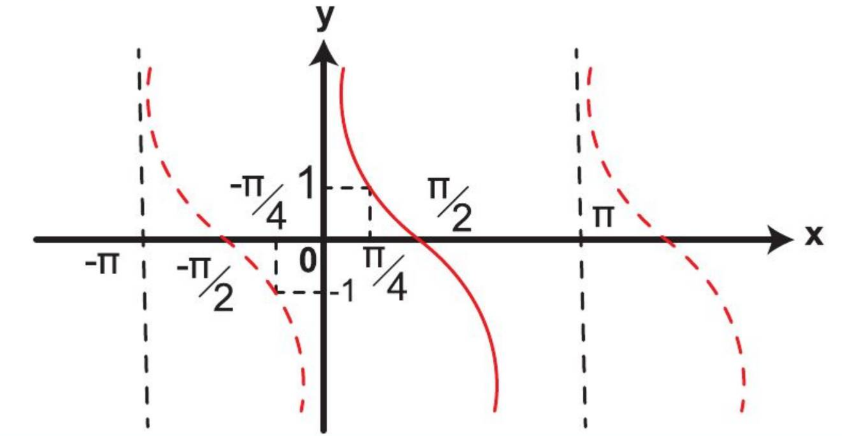
$f: R \to [-1, 1]$



f (x) = tanx fonksiyonunun grafiği



f (x) = cotx fonksiyonunun grafiği



arcsin : $[-1, 1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y$

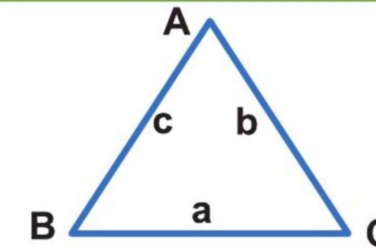
arccos : $[-1, 1] \to [0, \pi]$

$y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y$

arctan : $R \to \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

$y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y$

Kosinüs Teoremi



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\hat{A}$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\hat{B}$

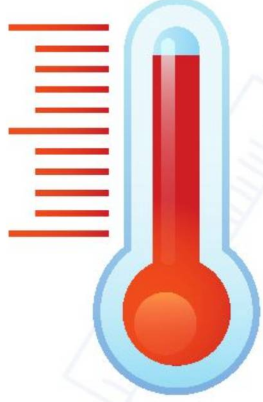
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\hat{C}$

Sinüs Teoremi

$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}}$$



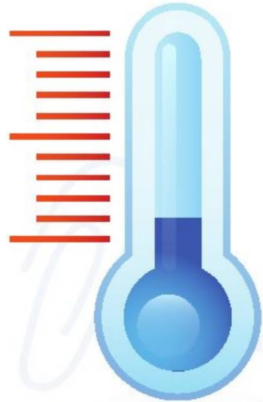
TRİGONOMETRİ - V



Meteoroloji Genel Müdürlüğü verilerine göre Manisa'da ortalama yılın en sıcak günü 25 Temmuz'dur. 25 Temmuz'da ortalama en yüksek sıcaklık 35 derecedir. Yılın en soğuk günü olan 4 Ocak'ta ise ortalama en düşük sıcaklık 3 derecedir.

Manisa'daki yıllık sıcaklık değişimini n(365 gün) trigonometrik bir fonksiyon kullanarak modellenmiş şekli aşağıdaki gibidir.





$$f(g) = 16\cos\left(\frac{2\pi}{365g}\right) + 19$$

İki kat Açı Formülleri

$\sin 2\alpha = 2 . \sin\alpha . \cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$\cos 2\alpha = 1-2\sin^2\alpha$

$\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

Toplam - Fark Formülleri

$\sin(a+b) = \sin a . \cos b + \cos a . \sin b$

$\sin(a-b) = \sin a . \cos b - \cos a . \sin b$

$\cos(a+b) = \cos a . \cos b - \sin a . \sin b$

$\cos(a-b) = \cos a . \cos b + \sin a . \sin b$

$\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1-\tan a . \tan b}$

$\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1+\tan a . \tan b}$

Trigonometrik Denklemler

1. $\sin x = \sin\alpha$ denkleminin kökleri

$x_1 = \alpha + 2 . k . \pi$

$x_2 = \pi - \alpha + 2 . k . \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

2. $\tan x = \tan\alpha$ denkleminin kökü

$x = \alpha + k . \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

3. $\cot x = \cot\alpha$ denkleminde

$x = \alpha + k . \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Sin x ve Cos x ' e Göre Lineer Denklemler

$a\cos\alpha + b\sin\alpha = c$ denkleminde

$c^2 > a^2 + b^2 \Rightarrow$ Ç . K = Ø

$c^2 \leq a^2 + b^2 \Rightarrow$ çözüm kümesi vardır.





LOGARİTMA - I

AYT MATEMATİK

Üstel Fonksiyon

a ∈ R^+- { 1 } ve x ∈ R olmak üzere ,

$f : R \rightarrow R^+$, $f(x) = a^x$

biçiminde tanımlanan fonksiyona üstel fonksiyon denir.

a > 0 olduğundan $f(x) = a^x > 0$ olur.

Logaritma Fonksiyonu

a ∈ R^+ - { 1 } olmak üzere ,

$f : R \rightarrow R^+$, $f(x) = a^x$

üstel fonksiyonunun ters fonksiyonuna logaritma fonksiyonu denir.

f^{-1}: $\log_a x \Leftrightarrow x = a^y$, dir.

y = $\log_a x$ ifadesinde y ∈ R sayısına

x ∈ R^+ sayısının a tabanına göre logoritması denir.

Özellikler

$\log_a a = 1$ $\log_a 1 = 0$ $\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$

$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$ $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$

$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

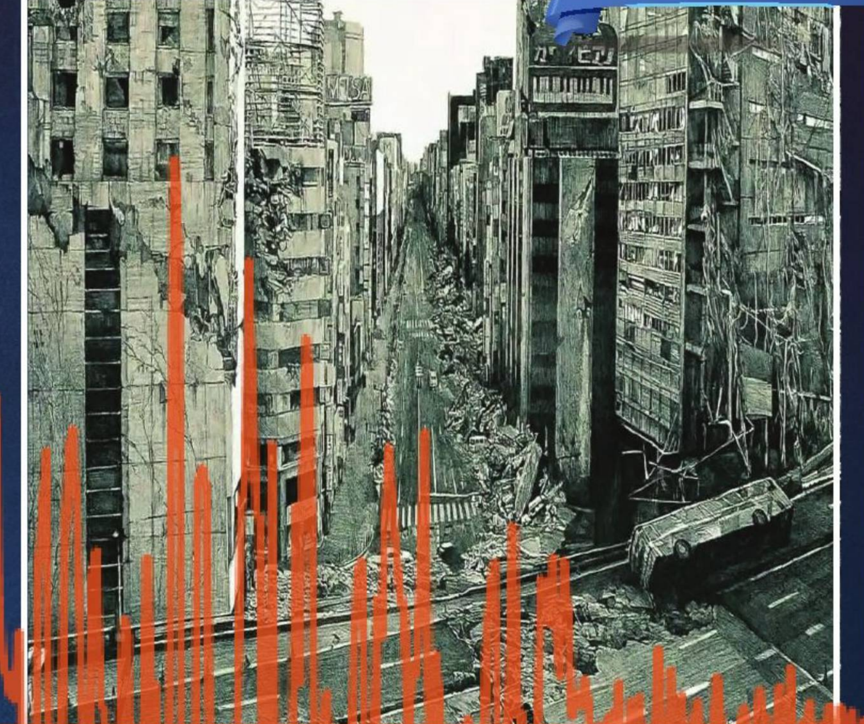
$\log_b y = \frac{\log_a y}{\log_a b}$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

$\log_a b \cdot \log_b a = 1$ $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d = \log_a d$

$a^{\log_a b} = b$ $a^{\log_x b} = b^{\log_x a}$



Dünyada depremler 4,5,6,7,8,9 gibi birer artan rakamlarla ifade edilmekte. Ancak bu rakamların bize gösterdiği aslında şiddet değil şiddet katsayısı. Deprem şiddetinin ölçümü 10 tabanlı logaritma ile yapılır. Yani 7 şiddetinde bir deprem 5 şiddetinde bir depremden 10.10=100 kat daha şiddetlidir.



Dünyanın kayıtlara geçen en büyük depremi olan 1960 Şili Depremi ülkemizde yaşanan 17 Ağustos depreminden yaklaşık 125 kat daha şiddetlidir. 17 Ağustos depremi kayıtlara 7.4 olarak geçmiştir. Şili Depreminin büyüklüğü logaritma ile yaklaşık olarak hesaplanabilir.

Bildiğimiz gibi logaritma 10 tabanlı ise taban yazılmaz.

Şili Depremi büyüklüğü "x" olsun

x-7.4=a --> iki deprem arasındaki büyüklük farkı

log(125)=a

$10^a = 125$

a= 2.1 denklemde yerine yazalım.

x-7.4=2.1

x= 9.5 Şili Depreminin Büyüklüğü

Logaritmik Fonksiyonun Tanım Kümesi

$f(x) = \log_{g(x)} h(x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi

h (x) > 0 , g (x) > 0 ve g (x) ≠ 1

koşullarını sağlayan aralıklardır.

Onluk Logaritma Fonksiyonu

$f(x) = \log_a x$ fonksiyonunda taban a=10 alınırsa f (x) fonksiyonuna onluk logaritma fonksiyonu denir ve $\log_x$ biçiminde gösterilir.

$f : R^+ \longrightarrow R$, $f(x) = \log_{10} x = \log x$

1'den büyük sayıların 10 tabanına göre logaritması pozitiftir.

1'den küçük sayıların 10 tabanına göre logaritması negatiftir.



LOGARİTMA - II

AYT MATEMATİK

Doğal Logaritma Fonksiyonu

Tabanı e olan logoritma fonksiyonuna doğal logaritma fonksiyonu denir ve

$f(x) = \log_e^x$ yada $f(x) = \ln x$ biçiminde gösterilir.

(e = 2 , 71828 . . .)

Logaritmalı Eşitsizlikler

a > 1 iken

$\log_a^{f(x)} > c$ ise , $f(x) > a^c$

a > 1 iken

$\log_a^{f(x)} < c$ ise , $0 < f(x) < a^c$

0 < a < 1 iken

$\log_a^{f(x)} > c$ ise , $0 < f(x) < a^c$

0 < a < 1 iken

$\log_a^{f(x)} < c$ ise , $f(x) > a^c$

Logoritmalı Fonksiyonların Grafikleri

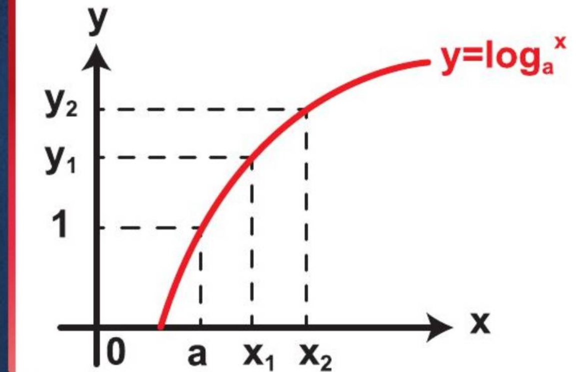
$a \in R^+ - \{1\}$ ve $x > 0$ olmak üzere,

$f : R^+ \rightarrow R$, $f(x) = \log_a^x$ fonksiyonu için,

a > 1 ise

$y_1 = \log_a x_1$, $y_2 = \log_a x_2$

$0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$ dir. Bu durumda fonksiyon artandır.

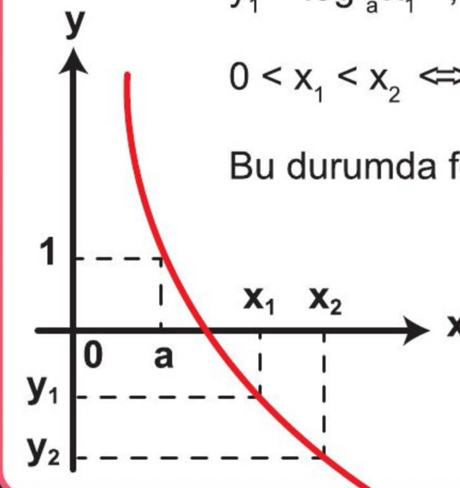


0 < a < 1 ise

$y_1 = \log_a x_1$, $y_2 = \log_a x_2$,

$0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$ dir.

Bu durumda fonksiyon azalandır.



Logaritmalı Denklemler

a sayısı 1' den farklı bir pozitif sayı olmak üzere, tabanı a olan logoritma denklem ,

$\log_a^{f(x)} = b \Rightarrow f(x) = a^b$ 'dir.
($a > 0$, $a \neq 1$ ve $f(x) > 0$ ' dır.)

$\log_a^{f(x)} = \log_a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x)$ 'tir.

($f(x) > 0$ ve $g(x) > 0$ 'dır.)

Taban Değiştirme

$a , c \in R^+ - \{1\}$ ve $b \in R^+$ olmak üzere ,

$$\log_a^b = \frac{\log_c^b}{\log_c^a}$$



DİZİLER - I

F : $N^+ \rightarrow$ R'ye tanımlı
f fonksiyonuna dizi denir.

Diziler, değer kümelerine göre isimlendirilir.

Tanım Kümesi : { 1, 2 , 3 , . . .}

(a_n) ifadesine genel terim denir. (n. terim)

$(a_n) = n^3 + n - 1$ ise

$a_1 = 1$, $a_2 = 9$, $a_3 = 29$, . . .

Genel terimi belirtilmeyen sayı grupları dizi oluşturamaz.

Sabit Dizi

Bütün terimleri birbirine eşit olan dizi sabit dizidir.

$(a_n) = (k , k , k , . . ., k , ...)$

$(a_n) = \dfrac{bn + c}{dn + e}$ dizisi sabit dizi ise

$\dfrac{b}{d} = \dfrac{c}{e}$ ' dir.

Sonlu Dizi

$k \in N^+$ ve $A_k = \{1 , 2 , 3 , . . ., k\}$ olsun

Tanım kümesi A_k olan dizilere sonlu dizi denir.



Bir dizinin sonlu dizi olduğu belirtilmedikçe her dizinin terim sayısı sonsuz elemanlıdır.

Eşit Dizi

Her n pozitif tam sayısı için

$a_n = b_n$ ise

(a_n) ve (b_n) dizilerine

eşit diziler denir.

İndirgemeli Diziler

Bir terimi kendisinden önceki terimler cinsinden tanımlanan dizilere indirgemeli diziler denir.

Fibonacci Dizisi

İlk terimi hariç kendisinden önceki 2 terimin toplanması ile oluşan sayı dizisine Fibonacci dizisi denir.

1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 34 , . . .

Dizilerle Yapılan İşlemler

$(a_n) + (b_n) = (a_n + b_n)$

$(a_n) - (b_n) = (a_n - b_n)$

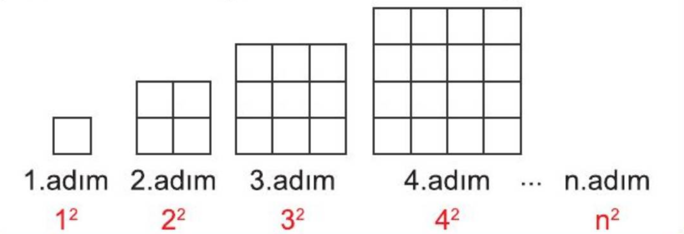
$(a_n) . (b_n) = (a_n . b_n)$

$\dfrac{(a_n)}{(b_n)} = \left(\dfrac{a_n}{b_n}\right)$, $b_n \neq 0$

$c.(a_n) = (c . a_n)$

Karesel Sayılar

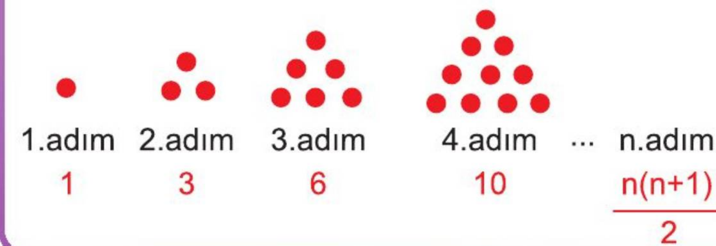
Karakökü bir sayma sayısı olan pozitif tam sayılara karesel sayılar denir.



1.adım 1^2 2.adım 2^2 3.adım 3^2 4.adım 4^2 ... n.adım n^2

Üçgensel Sayılar

Ardışık iki n sayma sayısının toplamını veren sayılara üçgensel sayılar denir.



1.adım 1 2.adım 3 3.adım 6 4.adım 10 ... n.adım $\dfrac{n(n+1)}{2}$



DİZİLER - II

AYT MATEMATİK

Aritmetik Dizi

Ardışık terimleri arasındaki fark sabit bir sayıya eşit olan dizilere artimetik dizi denir.

$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = r$

r = ortak fark

genel terimi : $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

Geometrik Dizi

Ardışık iki terimin oranı aynı olan dizilere geometrik dizi denir.

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_{n+1}}{a_n} = r$$

r : ortak fark

genel terimi $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

Ortak Çarpan Bulma

Ardışık iki terim verildiğinde

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

Herhangi iki terim verildiğinde

$$r^{k-p} = \frac{a_k}{a_p} \Rightarrow a_k = a_p \cdot r^{k-p}, \; k > p$$

Bir geometrik dizide bir terimin karesi kendisinden eşit uzaklıkta bulunan iki terimin çarpımına eşittir.

$$(a_n)^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$$

$$(a_n)^2 = a_{n-5} \cdot a_{n+5}$$

Bir aritmetik dizide bir terim kendisinden eşit uzaklıktaki terimlerin aritmetik ortalamasına eşittir.

$$a_n = \frac{a_{n-p} + a_{n+p}}{2}$$

Sonlu $(a_n) = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ geometrik dizisinde baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin çarpımı birbirine eşittir.

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$$

$$a_1 \cdot a_6 = . \, a_2 \cdot a_5 = . \, a_3 \cdot a_4$$

Bir $(a_n) = (x, y, z)$ dizisi hem aritmetik hem de geometrik dizi ise x = y = z' dir.

ilk n terim toplamı S_n olmak üzere,

$$S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Aritmetik Dizinin Özellikleri

$$(a_n) = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$(a_n) = a_p + (n-p) \cdot r$$

ilk n terim toplamı s_n olmak üzere

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_2)$$

Belirli Yükseklikten Bırakılan Topun Alacağı Yol

h = topun bırakıldığı yükseklik

a = yükselme oranı

$$\text{topun alacağı yol} = h \cdot \frac{1+a}{1-a}$$

Toplam Sembolü

m , n ∈ N ve a_k ∈ R olmak üzere,

$\sum_{k=n}^{m} a_k$ ifadesi k = n ' den m ' ye kadar a sayıların toplamıdır.

$\sum_{k=n}^{m} a_k$ toplamı m büyürken

$a \geq 1$ ise sınırsız olarak büyür ,

$0 \leq a < 1$ ise bir reel sayıya yaklaşır.

Sonsuz Toplam

$|r| < 1$ için

$1 + r + r^2 + r^3 + \dots = \frac{1}{1-r}$ 'dir.



LİMİT ve SÜREKLİLİK - I

AYT MATEMATİK

Soldan Yaklaşma → ← **Sağdan Yaklaşma**



x değişkeni a sayısına a'dan küçük değerlerle artarak yaklaşıyorsa bu yaklaşmaya soldan yaklaşma denir. $x \to a^-$ şeklinde gösterilir.

x değişkeni a sayısına a'dan büyük değerlerle azalarak yaklaşıyorsa bu yaklaşmaya sağdan yaklaşma denir. $x \to a^+$ şeklinde gösterilir.

x, a' ya soldan yaklaştığında f (x), ℓ_1 ' e yaklaşıyorsa f (x) 'in x = a 'daki soldan limiti ℓ_1 'dir.

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \ell_1$$

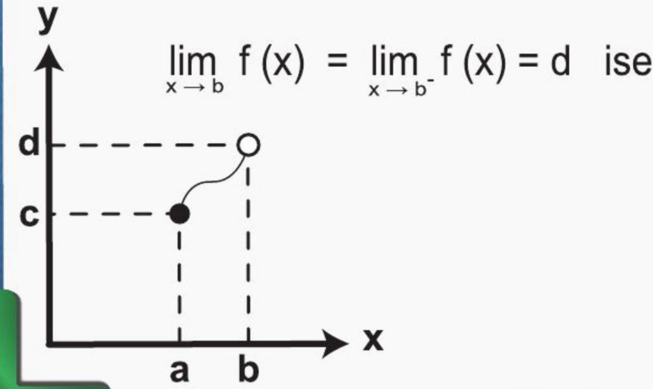
x, a' ya sağdan yaklaştığında f (x), ℓ_2 ' ye yaklaşıyorsa f (x) 'in x = a 'daki sağdan limiti ℓ_2 'dir.

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = \ell_2$$

- $\lim_{x \to a^-} f(x) \neq \lim_{x \to a^+} f(x)$ ise f (x) fonksiyonunun limiti yoktur.
- $\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = k$ ise f (x) fonksiyonunun limiti vardır.
- $\lim_{x \to a} f(x) = k$' dir.

Bir fonksiyon limitinin olduğu bir noktada tanımlı olmayabilir.

$\lim_{x \to b} f(x) = \lim_{x \to b^-} f(x) = d$ ise



$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} . x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x^1 + a_0$ ise

$\lim_{x \to a} p(x) = p(a)$ ' dır.

Özellikler

f ve g , x = a ' da limitleri olan iki fonksiyon olsun.

$$\lim_{x \to a} (c) = c \ , \ c \in R$$

$$\lim_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = (\lim_{x \to a} f(x)) \pm (\lim_{x \to a} g(x))$$

$$\lim_{x \to a} [f(x) . g(x)] = (\lim_{x \to a} f(x)) . (\lim_{x \to a} g(x))$$

$g(x) \neq 0$ ve $\lim_{x \to a} g(x) \neq 0$ olmak üzere,

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}$$

$$\lim_{x \to a} [c . f(x)] = c . \lim_{x \to a} f(x) \ , \ c \in R$$

$$\lim_{x \to a} |f(x)| = |\lim_{x \to a} f(x)|$$

$n \in Z^+$ olmak üzere,

$$\lim_{x \to a} \sqrt[2n+1]{f(x)} = \sqrt[2n+1]{\lim_{x \to a} f(x)}$$

a 'nın bir komşuluğunda $f(x) \geq 0$

$$\lim_{x \to a} \sqrt[2n]{f(x)} = \sqrt[2n]{\lim_{x \to a} f(x)}$$



LİMİT ve SÜREKLİLİK - II

$c \in R^+$ için

$$\lim_{x\to a} c^{f(x)} = c^{\lim_{x\to a} f(x)}$$

$n \in Z^+$ için

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n$$

log

Her x için , f (x) > 0 ise

$$\lim_{x\to a} [\log f(x)] = \log\left[\lim_{x\to a} f(x)\right]$$

sin x

$$\lim_{x\to a} \sin x = \sin a$$

cos x

$$\lim_{x\to a} \cos x = \cos a$$

tan x

$$\lim_{x\to a} \tan x = \tan a$$

$k \in Z$ olmak üzere

$a = \frac{(2k+1).\pi}{2}$ için $\lim_{x\to a} \tan x$ yoktur.

cot x

$\lim_{x\to a} \cot x = \cot a$ $(a \neq k\pi,\ k \in Z)$

$k \in Z$ olmak üzere , $a = k\pi$ için $\lim_{x\to a} \cot x$ yoktur.

$\lim_{x\to a} f(x)$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliği varsa sadeleştirme yapılır.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliğinde , pay ve paydadaki en büyük ve eşit dereceli terimlerin katsayıları oranlanır.

Süreklilik

Bir f fonksiyonunun x = a noktasında sürekli olması için,

- $\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = f(a)$
- f fonksiyonu x = a noktasında tanımlı olmalıdır.

Sürekli olmayan fonksiyona süreksiz fonksiyon denir.

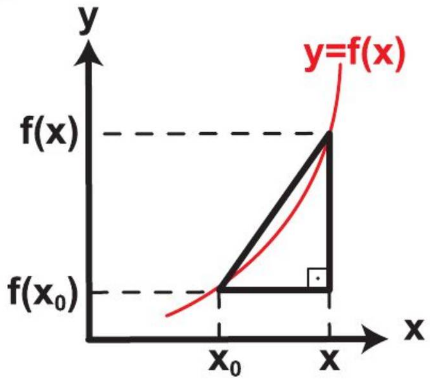
- Bir fonksiyon bir noktada tanımsız ise, o noktada süreksizdir.
- Bir fonksiyon bir noktada limitsiz ise, o noktada süreksizdir.
- Bir fonksiyon bir noktada tanımlı ve limitli ancak tanım değeri limit değerinden farklı ise , bu noktada süreksizdir.



TÜREV - I

AYT MATEMATİK

Anlık Değişim Oranı ve Türev Tanımı



y= f (x) fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki anlık değişim oranına f fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki türevi denir ve $f'(x_0)$ ile gösterilir.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

y = f (x) fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki türevi o noktadaki teğetinin eğimine eşittir.

$x - x_0 = h$ dönüşümü yapılırsa $x = x_0 + h$ olur.
O halde, $x \to x_0$ iken $h \to 0$' dır.

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

elde edilir.

$f'(x)$ türev ifadesi, $f'(x) = \frac{d\,f(x)}{dx} = \frac{dy}{dn} = y'$

ifadelerinden biri ile gösterilir.

- Türev bir fonksiyonun tanımlı olduğu herhangi bir noktasındaki anlık değişim oranını ölçer.
- Türev bir doğrunun eğiminde en küçük ve en büyük değer bulmada , grafik yorumlamada , hız ,büyüme ve yoğunluk gibi bir çok alanda kullanılır.

Uygulama

$f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ fonksiyonunun
x = 2 apsisli noktasındaki türevini bulalım.

$$f'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{2x^2 - 3x + 5 - 7}{x - 2} = \lim_{x \to 2} (2x + 1) = 5 \text{ bulunur.}$$

Sağdan ve Soldan Türev

$$\lim_{x \to a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$ limitinin bir gerçek sayı

değeri varsa bu değere f fonksiyonunun
x = a 'daki sağdan türevi denir ve $f'(a^+)$ ile gösterilir.

$$\lim_{x \to a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$ limitinin bir gerçek sayı

değeri varsa bu değere f fonksiyonunun
x = a 'daki soldan türevi denir ve $f'(a^-)$ ile gösterilir.

$f'(a^-) = f'(a^+) = \ell$ ise
f'nin x = a'da türevi vardır ve
$f'(a) = \ell$ 'dir.
$f'(a^-) \neq f'(a^+)$ ise
f'nin x = a 'da türevi yoktur.

Sabit Fonksiyonun Türevi

c Є R olmak üzere , f (x) = c ise
$f'(x) = 0$ dır.

f (x) = xn Fonksiyonununun Türevi

n Є R olmak üzere
- $f(x) = x^n$ ise $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
- $f(x) = c \cdot x^n$ ise $f'(x) = c \cdot n \cdot x^{n-1}$ 'dir.

$f(x) = \sqrt[n]{x}$ Fonksiyonun Türevi

n, 2 'den büyük pozitif tam sayı olmak üzere,

$$f(x) = \sqrt[n]{x} \text{ ise } f'(x) = \frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{x^{n-1}}}$$

$f(x) = \sqrt{x}$ fonksiyonunun türevi

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ ise } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$



TÜREV - II

AYT MATEMATİK

Bir Aralıkta Türevlenebilen Fonksiyonlar

- $f : [a, b] \to R$ bir fonksiyon olsun

$\forall x \in$,8 (a , b) için f fonksiyonunun türevi varsa f fonksiyonu (a , b) aralığında türevlidir denir.

- $A \subset R$, $f : A \to R$ fonksiyonu A tanım kümesinin her noktasında türevli ise f fonksiyonu tanım kümesinde türevlidir denir.

- Polinom fonksiyonlar tüm gerçek sayılarda türevlidir.

İki Fonksiyonun Toplamının ya da Farkının Türevi

$A \subset R$, $f : A \to R$ ve $g: A \to R$ fonksiyonları $\forall x \in A$ noktasında türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere,

$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$' tir.

İki Fonksiyonun Çarpımının Türevi

$A \subset R$, $f : A \to R$ ve $g: A \to R$ fonksiyonları

$\forall x \in A$ noktasında türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere ,

$$[f(x) \, . \, g(x)]' = f'(x) \, . \, g(x) + g'(x) \, . \, f(x)$$

İki Fonksiyonun Bölümünün Türevi

$A \subset R$, $f : A \to R$ ve $g: A \to R$ fonksiyonları

$\forall x \in A$ noktasında türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere ,

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \, . \, g(x) - g'(x) \, . \, f(x)}{[g(x)]^2}$$

Bileşke Fonksiyonun Türevi

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \, . \, f'(g(x))$$

Türevin Süreklilik ile İlişkisi

- $f : [a, b] \to R$ bir fonksiyon ve $x_0 \in (a,b)$ olsun
f fonksiyonu $x = x_0$ noktasında türevli ise bu noktada süreklidir.

- f fonksiyonu $x = x_0$ noktasında sürekli değil ise bu noktada türevi yoktur.

- f fonksiyonu $x = x_0$ noktasında sürekli olduğu halde bu noktada türevi olmayabilir.

Bir fonksiyon bir noktada tanımsız ise o noktada türevi yoktur.

Bir fonksiyon bir noktada süreksiz ise o noktada türevi yoktur.

Bir fonksiyonun kırılma noktalarında türevi yoktur.



TÜREV - III

AYT MATEMATİK

$[f(x)]^n$ Fonksiyonunun Türevi

$$y=[f(x)]^n \Rightarrow y'=f'(x).n.[f(x)]^{n-1}$$

Zincir Kuralı

y=y(x), x=x(u) olmak üzere,

$$\frac{dy}{du}=\frac{dy}{dx}\cdot\frac{dx}{du}$$

y=y(x), x=x(u), u=u(t) olmak üzere,

$$\frac{dy}{du}=\frac{dy}{dx}\cdot\frac{dx}{du}\cdot\frac{du}{dt}$$

$\frac{0}{0}$ belirsizliği varsa,

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği varsa,

$$\lim_{x\to \infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to \infty}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Kazanımlarda yer almayan ancak kolaylık sağlayan kural.

t sürede aldığı yol **S(t)** olan bir hareketlinin anlık hızı

$V(t) = S'(t)$ dir.

t süredeki anlık hızı **V(t)** olan bir hareketlinin anlık ivmesi

$a(t) = V'(t)$ dir.

Artan ve Azalan Fonksiyonlar

$f : R \to R$ fonksiyonunda

$\forall x \in (a,b)$ için $f'(x) > 0 \Leftrightarrow f(x)$ artandır.

$\forall x \in (a,b)$ için $f'(x) < 0 \Leftrightarrow f(x)$ azalandır.

$\forall x \in (a,b)$ için $f'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x)$ sabittir.

$\forall x \in [a,b]$ için $f(x) \leq f(x_o)$ olacak şekilde,

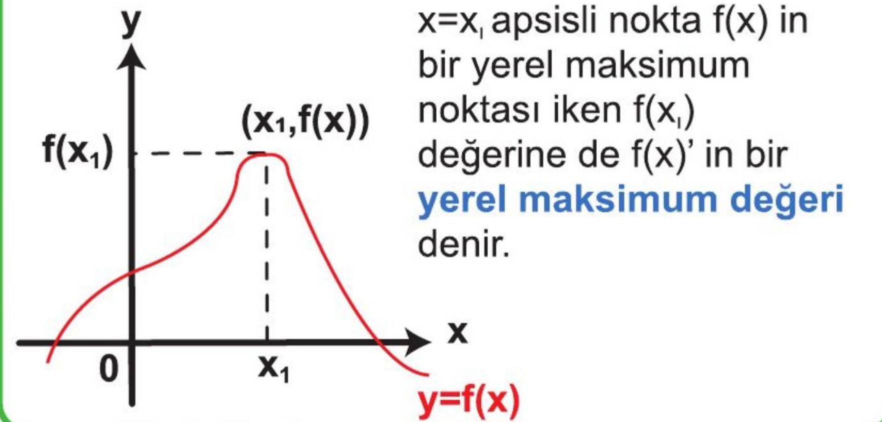
$x_o \in [a,b]$ varsa $(x_o, f(x_o))$ noktasına **mutlak maksimum noktası**, $f(x_o)$ değerine de **mutlak maksimum değeri** denir.

$\forall x \in [a,b]$ için $f(x) \geq f(x_o)$ olacak şekilde,

$x_o \in [a,b]$ varsa $(x_o, f(x_o))$ noktasına **mutlak minimum noktası**, $f(x_o)$ değerine de **mutlak minimum değeri** denir.

Yerel Maksimum Noktası

Sürekli bir fonksiyonun, eğer varsa artanlıktan azalanlığa geçtiği noktaya fonksiyonun **yerel maksimum noktası** denir.

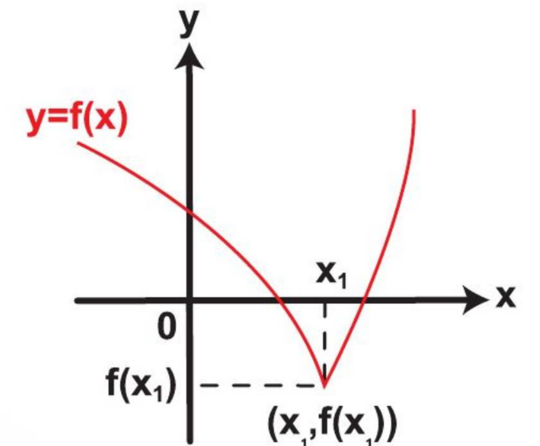


$x=x_1$ apsisli nokta f(x) in bir yerel maksimum noktası iken $f(x_1)$ değerine de f(x)' in bir **yerel maksimum değeri** denir.

Yerel Minimum Noktası

Sürekli bir fonksiyonun, eğer varsa azalanlıktan artanlığa geçtiği noktaya fonksiyonun **yerel minimum noktası** denir.

$x=x_1$ apsisli nokta f(x) in bir yerel minimum noktası iken $f(x_1)$ değerine de f(x)' in bir **yerel minimum değeri** denir.



Yerel maksimum ve yerel minimum noktalarının tümüne **yerel ekstremum noktaları** denir.



İNTEGRAL - I

AYT MATEMATİK

Belirsiz İntegral

Türevi f(x) olan F(x) fonksiyonuna f(x)' in belirsiz integrali denir.

$$\int f(x)dx = F(x)+c, \ (c \in R)$$

şeklinde gösterilir.

$\int 0dx = c$

$\int adx = ax+c$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}+c \ , \ (n \neq -1)$

f ve **g** sürekli fonksiyonlar ve **k** gerçek sayıdır.

$\int k.f(x)dx = k.\int f(x)dx$

$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

Belirsiz İntegral ile Türev İlişkisi

1. $\frac{d}{dx}\int f(x)dx = f(x)$
2. $\int d(f(x)) = f(x) + c$
3. $\int f'(x)dx = f(x) + c$

Değişken Değiştirme Yöntemi

$\int f(x) . f'(x)dx$

İntegralindef(x)=u dönüşümü yapılırsa f'(x)dx=du olmak üzere,

$$\int f(x) . f'(x)dx = \int u.du$$

integraline dönüşür.

Uygulama

$\int (2x-3) . (x^2-3x+1)^3dx$ integralinin eşitini bulalım.

$x^2- 3x+1=u \Rightarrow (2x-3)dx=du$ olur.

$$\int (2x-3) . (x^2-3x+1)^3dx = \int u^3du$$

$$= \frac{u^4}{3+1} + c = \frac{(x^2-3x+1)^4}{4} + c$$

Belirli İntegral

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

f(x), [a,b] aralığında sürekli bir fonksiyon olmak üzere

$\int_a^a f(x)dx = 0$

$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

a<c<b olmak üzere,

$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

$\int_a^b c.f(x)dx = c.\int_a^b f(x)dx$



İNTEGRAL - II

AYT MATEMATİK

f(x) ve g(x), [a,b] aralığında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$$\int_a^b [f(x) \mp g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \mp \int_a^b g(x)dx$$

f(x) fonksiyonu sürekli ve tek ise,

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$$

f(x) fonksiyonu sürekli ve çift ise,

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2.\int_0^a f(x)dx$$

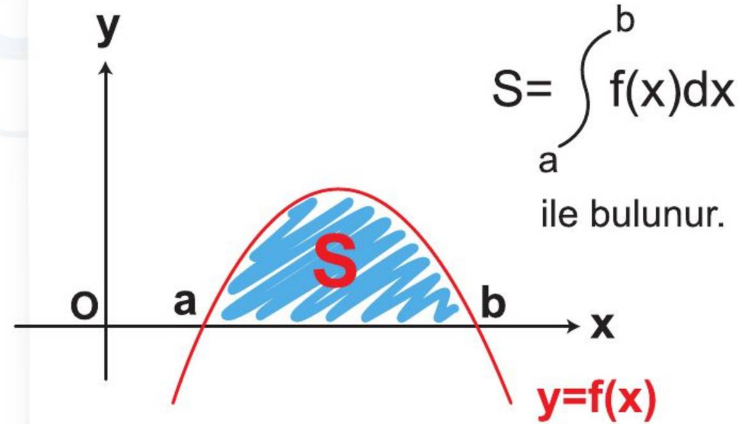
Parçalı fonksiyon içeren integraller integralin alındığı sınırlar içerisinde kritik noktaya göre parçalanarak integraller toplamı şeklinde yazılır.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^{a_1} f(x)dx + \int_{a_1}^{a_2} f(x)dx+...+\int_{a_{n-1}}^{a_n=b} f(x)dx$$

Belirli integralde değişken değiştirme yapıldığında yeni değişkene göre sınırlar tekrar hesaplanırsa eski değişkene dönülmeden integral hesaplanabilir.

İntegral ile Alan İlişkisi 1

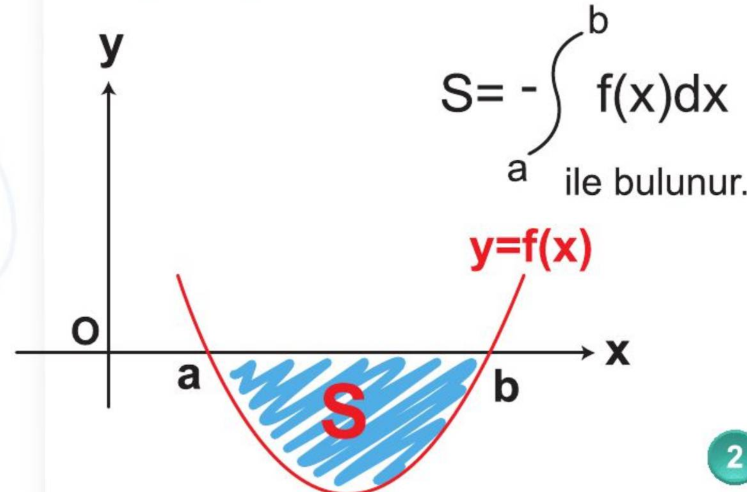
y=f(x) eğrisinin altında ve x ekseninin üstünde kalan alan



$$S=\int_a^b f(x)dx$$

ile bulunur.

y=f(x) eğrisinin üstünde ve x ekseninin altında kalan alan

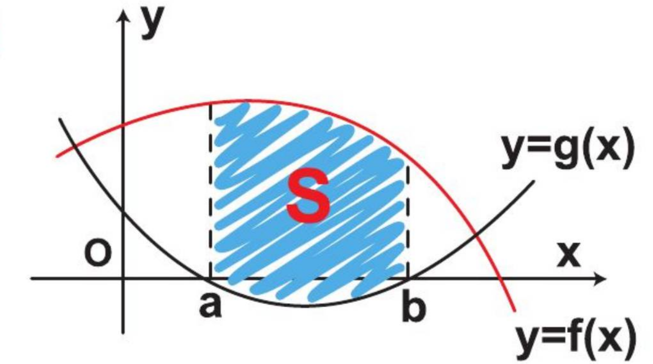


$$S=-\int_a^b f(x)dx$$

ile bulunur.

2

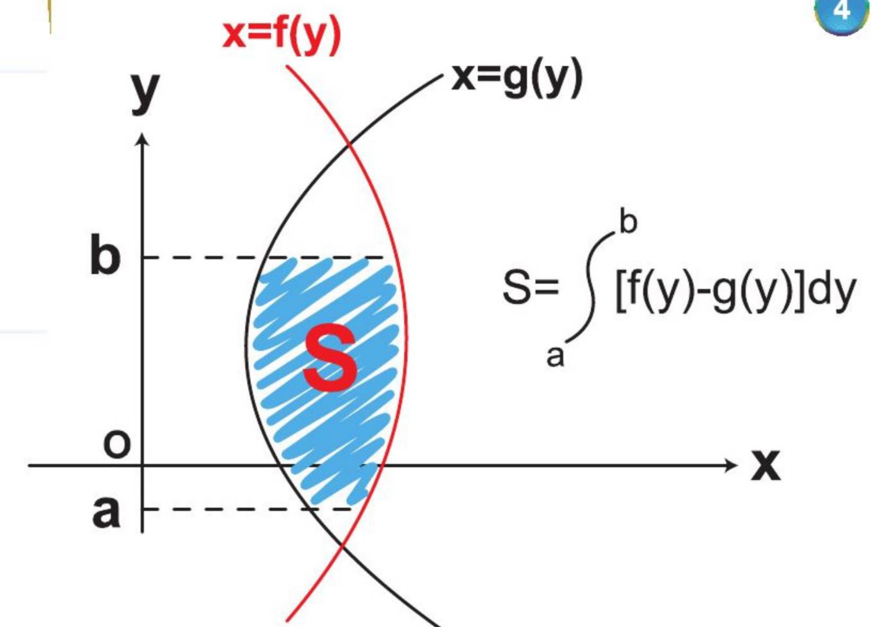
3



$$S=\int_a^b [f(x)-g(x)]dx$$

y=f(x) eğrisi, y=g(x) eğrisi, x=a ve x=b doğrusu arasında kalan boyalı bölgenin alanı S' dir.

4



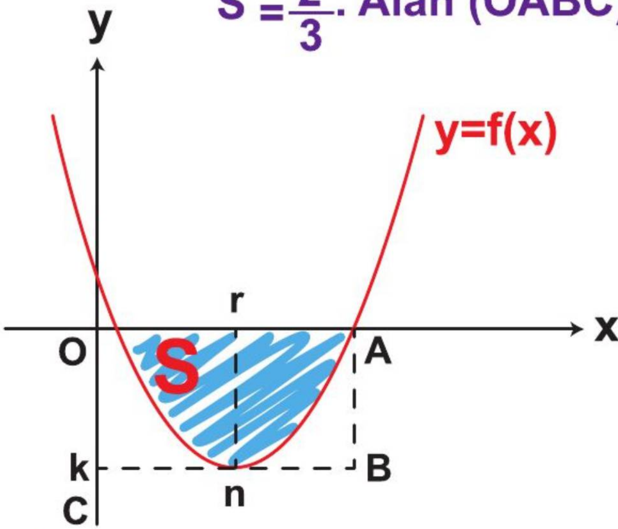
$$S=\int_a^b [f(y)-g(y)]dy$$



İNTEGRAL - III

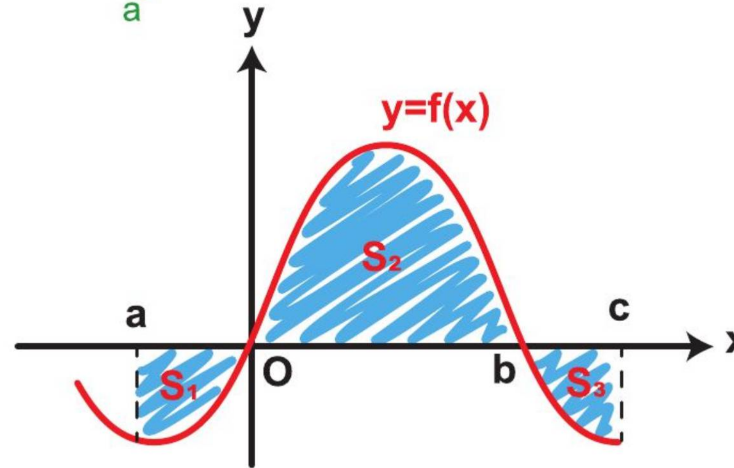
5 **y=f(x)** parabolünün tepe noktasının apsisi **r**, ordinatı **k**' dir.

$$S = \frac{2}{3} . \text{Alan (OABC)}$$



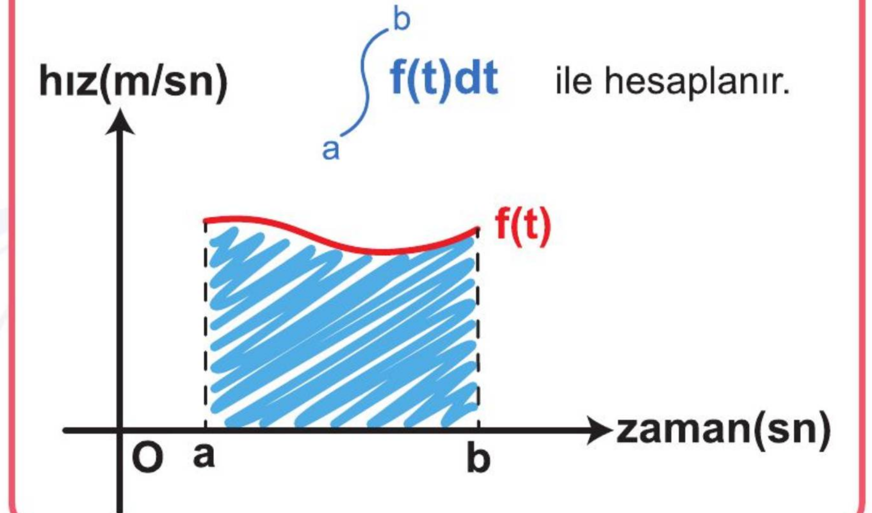
7 **y=f(x)** fonksiyonunun grafiğinde,

$$\int_a^c f(x)dx = -S_1 + S_2 - S_3$$

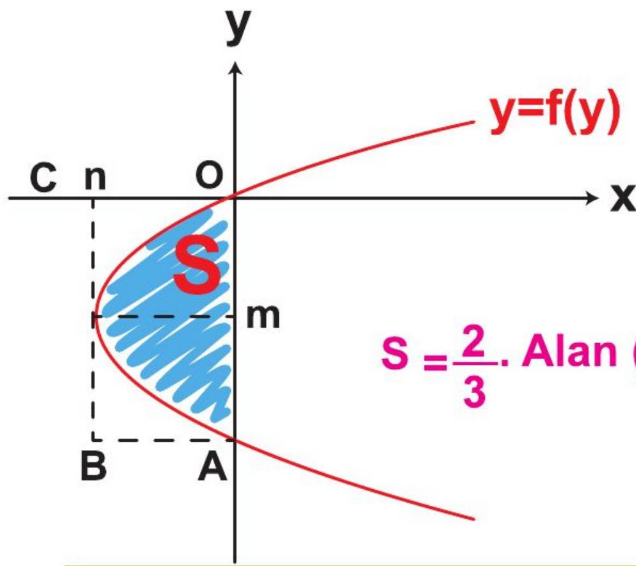


Doğru boyunca hareket eden ve zamana bağlı hız fonksiyonu verilen bir hareketlinin $t_1 = a$ **ve** $t_2 = b$ saniyeleri arasındaki yer değiştirmesi,

$$\int_a^b f(t)dt$$ ile hesaplanır.



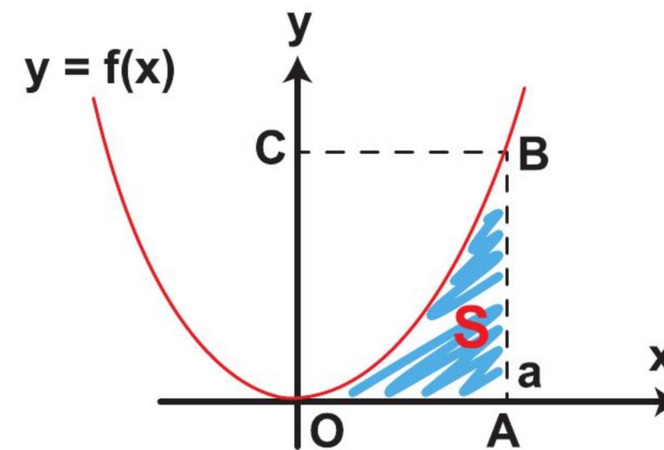
6 **y=f(y)** parabolünün tepe noktasının apsisi **n**, ordinatı **m**' dir.



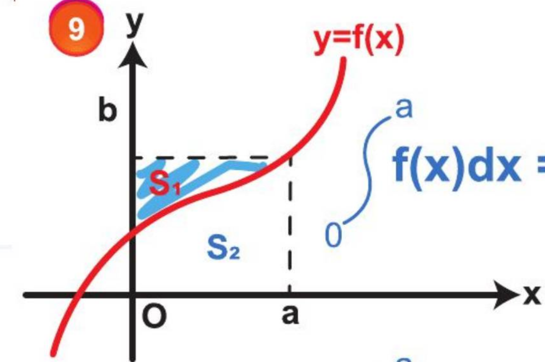
$$S = \frac{2}{3} . \text{Alan (OABC)}$$

8 **y=f(x)** fonksiyonunun grafiğinde,

$$S = \frac{1}{3} . \text{Alan (OABC)}$$



9



$$\int_0^a f(x)dx = k$$ olmak üzere

$$S_2 = \int_0^a f(x)dx = k$$ olduğu için,

$$S_1 = a . b - k$$



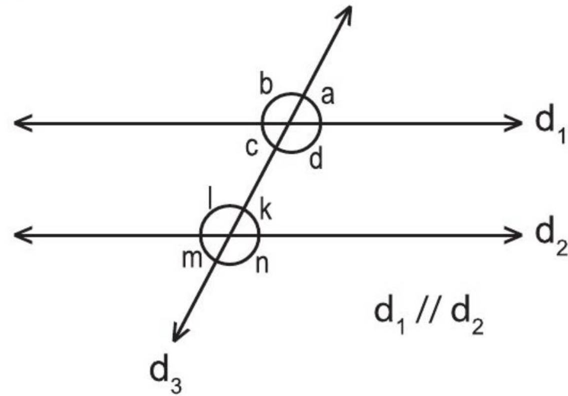
AÇILAR ve ÜÇGENLER - I

GEOMETRİ

AÇI ÇEŞİTLERİ

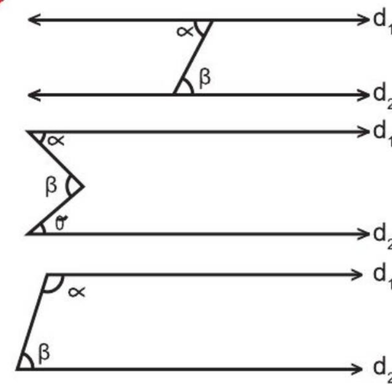
- $0° < \propto < 90° \Rightarrow \propto$ dar açıdır.
- $\propto = 90° \Rightarrow \propto$ dik açıdır.
- $90° < \propto < 180° \Rightarrow \propto$ geniş açıdır.
- $\propto = 180° \Rightarrow \propto$ doğru açıdır.
- $\propto = 360° \Rightarrow \propto$ tam açıdır.
- $\propto + \beta = 90° \Rightarrow \propto$ ile β tümler açıdır.
- $\propto + \beta = 180° \Rightarrow \propto$ ile β bütünler açıcır.

PARALEL İKİ DOĞRUNUN BİR KESENLE YAPTIĞI AÇILAR



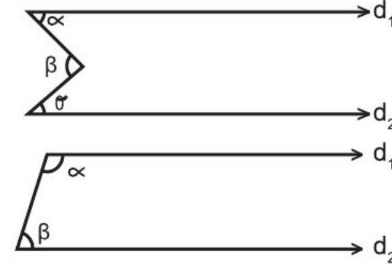
- a ile c, b ile d, k ile m, l ile n ters açılardır ve ölçüleri birbirine eşittir.
- a ile k, b ile l, c ile m, d ile n yöndeş açılardır ve ölçüleri birbirine eşittir.
- c ile k, d ile l iç ters açılardır ve ölçüleri birbirine eşittir.
- d ile k, c ile l karşı durumlu açılardır ve ölçüleri toplamı 180° dir.

- a ile m, b ile n dış ters açılardır ve ölçüleri toplam 180°'dir.



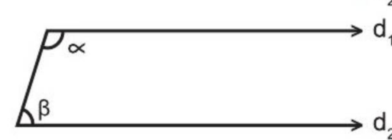
$d_1 // d_2$

$\Rightarrow \propto = \beta$



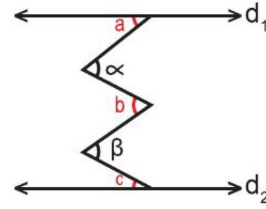
$d_1 // d_2$

$\Rightarrow \propto + \theta = \beta$



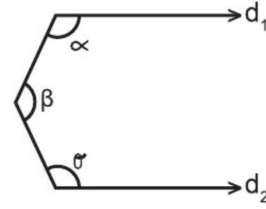
$d_1 // d_2$

$\Rightarrow \propto + \beta = 180°$



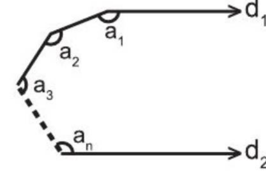
$d_1 // d_2$

$a + b + c = \propto + \beta$



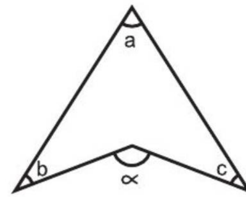
$d_1 // d_2$

$\Rightarrow \propto + \beta + \theta = 180°$

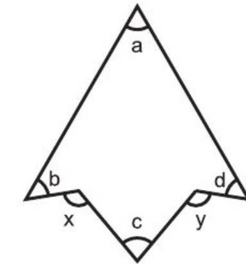


$d_1 // d_2$

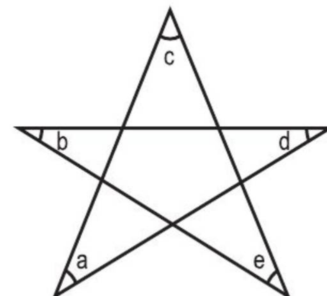
$a_1 + a_2 + ... + a_n = (n-1).180°$



$\propto = a + b + c$

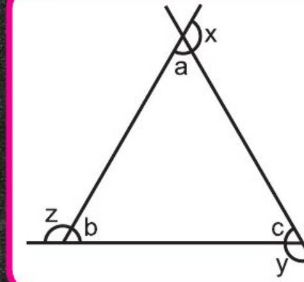


$x + y = a + b + c + d$



$a + b + c + d + e = 180°$

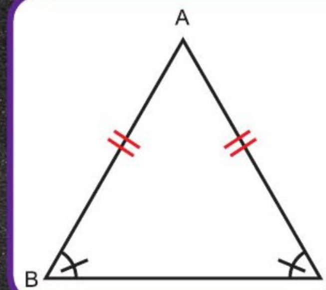
ÜÇGENDE AÇI



$a + b + c = 180°$

$x + y + z = 360°$

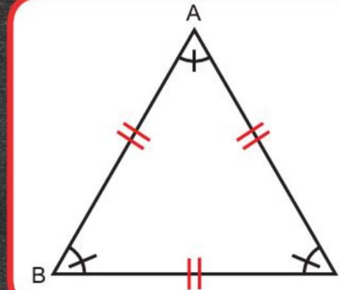
$a + b = y,\ a + c = z,\ b + c = x$



ABC ikizkenar üçgen

$\Rightarrow |AB| = |AC| \Leftrightarrow m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$

$\widehat{A}$ tepe açısı, $\widehat{B}$ ve $\widehat{C}$ taban açılarıdır.

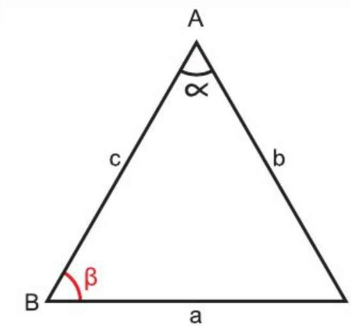


ABC eşkenar üçgen

$\Rightarrow |AB| = |BC| = |CA|$

$\Rightarrow m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60°$

ÜÇGENDE AÇI, KENAR İLİŞKİSİ



ABC üçgeninde

$|BC| = a,\ |AC| = b,\ m(BAC) = \propto$,

$m(\widehat{ABC}) = \beta$ olmak üzere,

$a > b \Rightarrow \propto > \beta$

$b > a \Rightarrow \beta > \propto$

Bir üçgende herhangi bir kenarın uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farklarının mutlak değerinden büyüktür.

$|b - c| < a < b + c$

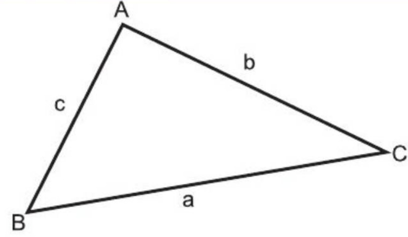
$|a - c| < b < a + c$

$|a - b| < c < a + b$



AÇILAR ve ÜÇGENLER - II

GEOMETRİ



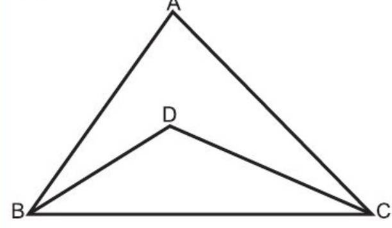
ABC üçgeninde

$m(\widehat{B}) = 90° \Rightarrow b^2 = a^2 + c^2$

$m(\widehat{B}) > 90° \Rightarrow b^2 > a^2 + c^2$

$m(\widehat{B}) < 90° \Rightarrow b^2 < a^2 + c^2$

D noktası ABC üçgeninin içerisinde bir nokta olmak üzere,

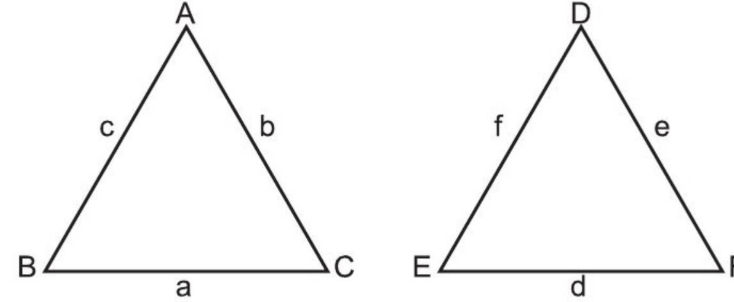


$|BC| < |BD| + |DC| < |AB| + |AC|$' dir.

- Üç doğru parçasının uzunlukları üçgen eşitsizliklerinden birini sağlıyorsa , bu doğruları kenar kabul eden üçgen çizilebilir.

ÜÇGENLERDE EŞLİK

- İki üçgenin köşeleri arasında bire bir eşleme yapıldığında karşılıklı açılar ve karşılıklı kenarlar eş ise bu üçgenlere eş üçgenler denir.
- Eşlik "≅" sembolü ile gösterilir.
- Eş üçgenlerin karşılıklı açı ortayları, kenarortayları ve yükseklikleri eşittir.



KENAR - AÇI - KENAR EŞLİĞİ

$$\left.\begin{array}{l}[AB] \cong [DE] \\ [BC] \cong [EF] \\ \widehat{B} \cong \widehat{E}\end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$$

KENAR - KENAR - KENAR EŞLİĞİ

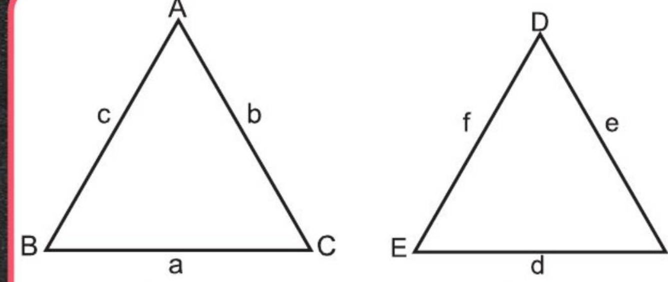
$$\left.\begin{array}{l}[AB] \cong [DE] \\ [AC] \cong [DF] \\ [BC] \cong [EF]\end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$$

AÇI - KENAR - AÇI EŞLİĞİ

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{A} \cong \widehat{D} \\ [AB] \cong [DE] \\ \widehat{B} \cong \widehat{E}\end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$$

ÜÇGENLERDE BENZERLİK

İki üçgenin köşeleri arasında yapılan birebir eşlemelerde karşılıklı açılar eşit ve karşılıklı kenarların uzunlukları orantılı ise bu üçgenlere benzer üçgenler denir. Benzerlik "∼" işareti ile gösterilir.



KENAR - AÇI - KENAR BENZERLİĞİ

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{A} \cong \widehat{D} \\ \dfrac{|AB|}{|DE|} = \dfrac{|AC|}{|DF|}\end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$$

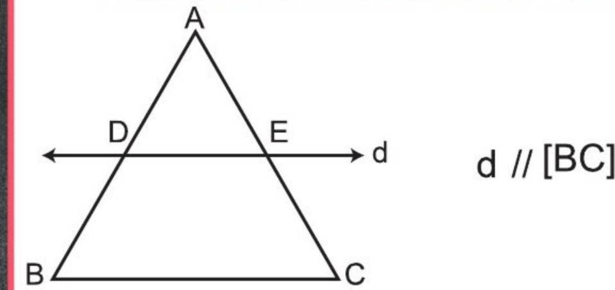
KENAR - KENAR - KENAR BENZERLİĞİ

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|} \Rightarrow \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$$

AÇI - AÇI BENZERLİĞİ

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{B} \cong \widehat{E} \\ \widehat{C} \cong \widehat{F}\end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$$

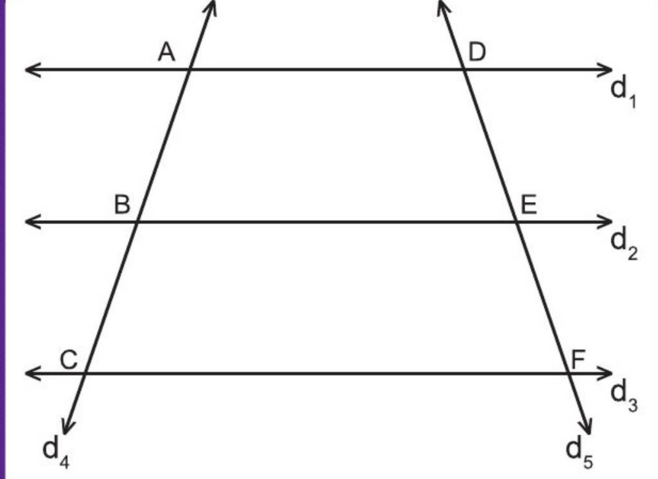
TEMEL BENZERLİK TEOREMİ



d // [BC]

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|} \Rightarrow \widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$$

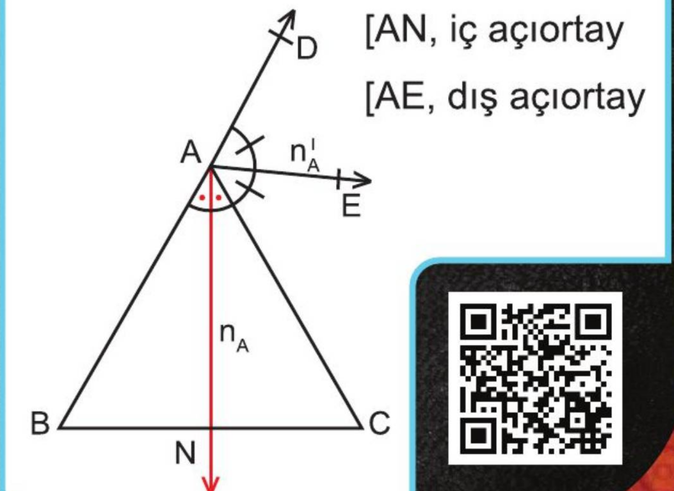
$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|} \Rightarrow \widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$$



$$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3 \Rightarrow \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|}$$

ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI

- Bir üçgende bir iç açıyı iki eşit parçaya bölen ışına iç açıortay, bir dış açıyı iki eşit parçaya bölen ışına dış açıortay denir. A köşesine ait iç açıortay n_A, dış açıortay n'_A ile gösterilir.



[AN, iç açıortay

[AE, dış açıortay

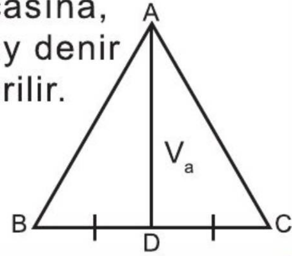


AÇILAR ve ÜÇGENLER - III

GEOMETRİ

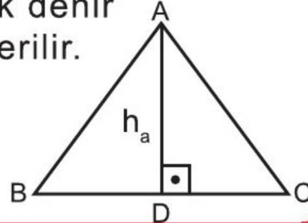
Bir üçgende herhangi bir köşeyi karşısındaki kenarın orta noktasıyla birleştiren doğru parçasına, o kenara ait kenarortay denir ve "V" işareti ile gösterilir.

[AD] kenarortay

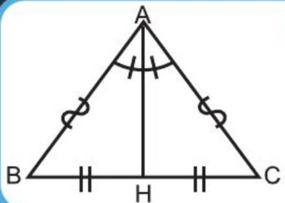


Bir üçgende herhangi bir köşeden karşısındaki kenara veya bu kenarın uzantısına çizilen dik doğru parçasına o kenara ait yükseklik denir ve "h" işareti ile gösterilir.

[AH] ⊥ [BC]



İKİZKENAR ÜÇGEN



[AB] = [AC]

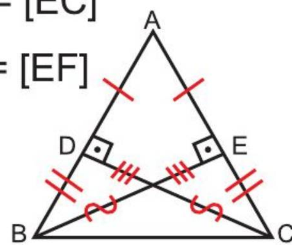
$\Rightarrow h_a = v_a = n_a$

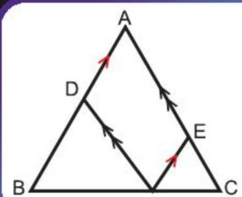
|AB| = |AC|, [BE] ⊥ [AC] ve [CD] ⊥ [AB]

=> [BE] = [CD], [BD] = [EC]

[AD] = [AE], [DF] = [EF]

[BF] = [FC]

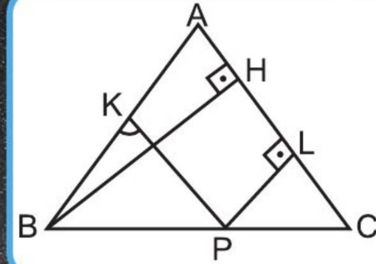




|AB| = |AC|

=>

|PD| + |PE| = |AB| = |AC|



|AB| = |AC|

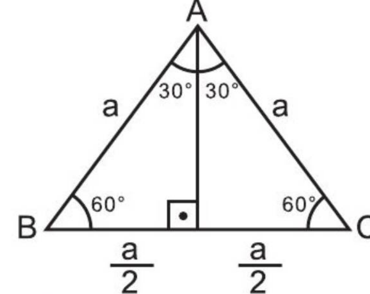
=>

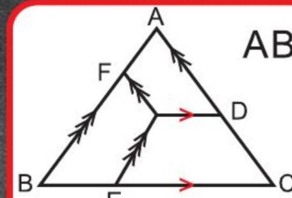
|PK| + |PL| = |BH|

EŞKENAR ÜÇGEN

|AC| = |AB| = |BC| = a

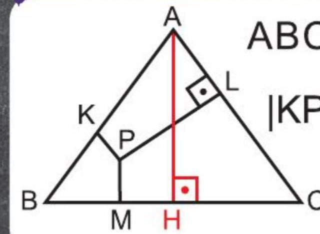
$$\Rightarrow |AH| = \frac{a\sqrt{3}}{2},\ A(\widehat{ABC}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$





ABC eşkenar üçgen ise

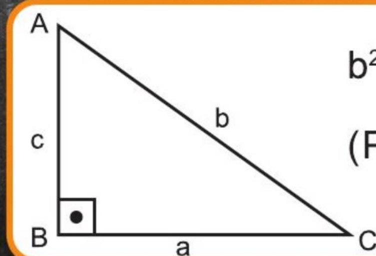
|PD| + |PE| + |PF| = |AB| = |BC| = |AC|



ABC eşkenar üçgen ise

|KP| + |PL| + |PM| = |AH|

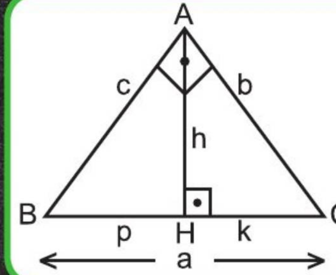
DİK ÜÇGEN



$b^2 = a^2 + c^2$

(Pisagor teoremi)

ÖKLİD BAĞINTISI

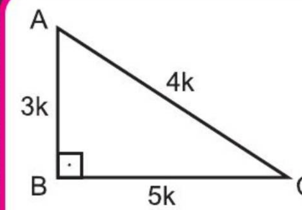


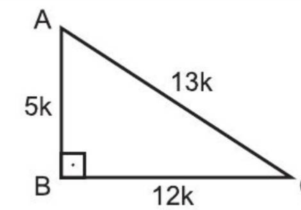
[AB] ⊥ [AC] ve [AH] ⊥ [BC]

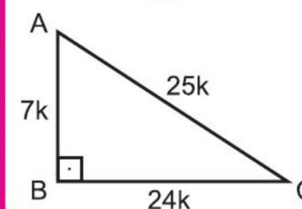
$h^2 = p.k$ $c^2 = p.a$

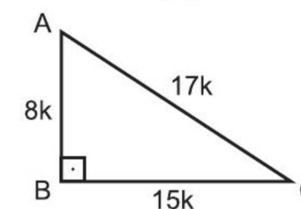
$b^2 = k.a$ $c.b = h.a$

KENARLARINA GÖRE ÖZEL ÜÇGENLER

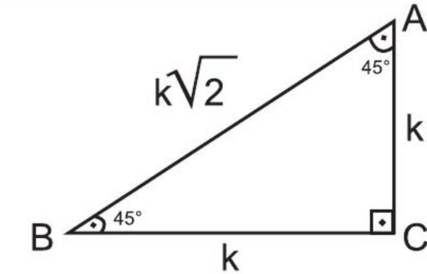








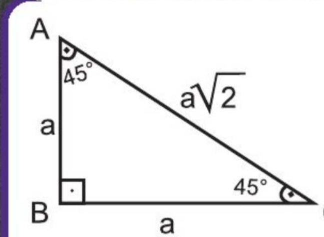
45° NİN TRİGONOMETRİK ORANLARI

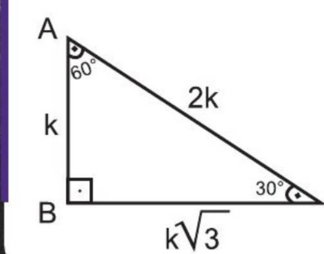


$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cot 45° = 1$ $\tan 45° = 1$

AÇILARINA GÖRE ÖZEL ÜÇGENLER





30° VE 60° NİN TRİGONOMETRİK ORANLARI

A, 30°, 2k, $k\sqrt{3}$, B, 60°, C, k

$\sin 30° = \frac{1}{2}$ $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60° = \frac{1}{2}$

$\cot 30° = \sqrt{3}$ $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\cot 60° = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\tan 60° = \sqrt{3}$

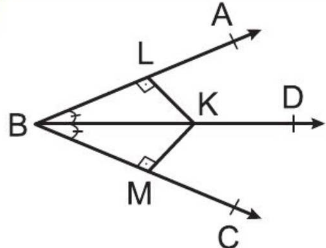


AÇILAR ve ÜÇGENLER - IV

GEOMETRİ

AÇIORTAY

[BD] açıortay

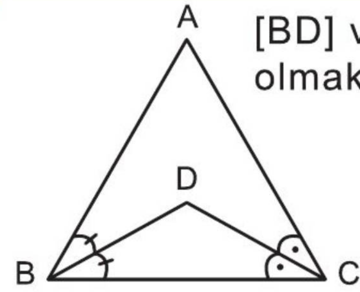


[KL] ⊥ [AB] ve [KM] ⊥ [BC]

=> |BL| = |BM| ve |KL| = |KM|'dir.

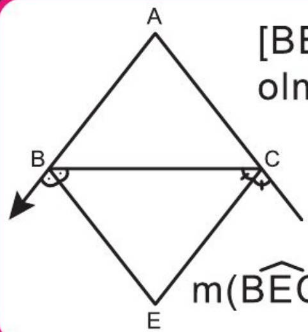
- Açıortayların kesim noktası iç teğet çemberin merkezidir.

[BD] ve [DC] açıortay olmak üzere,



$m(\widehat{BDC}) = 90° + \frac{m(\hat{A})}{2}$ 'dir.

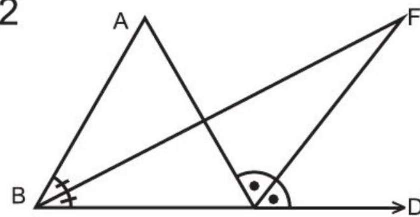
[BE] ve [CE] açıortay olmak üzere,

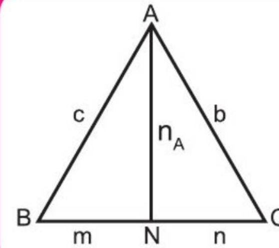


$m(\widehat{BEC}) = 90° - \frac{m(\hat{A})}{2}$ 'dir.

$m(\widehat{BFC}) = \frac{m(\hat{A})}{2}$ 'dir.

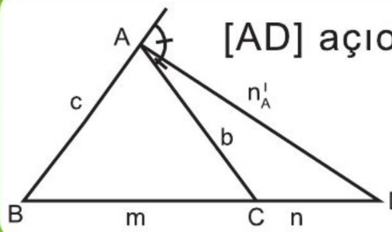
[BF] ve [CF] açıortay





[AN] açıortay

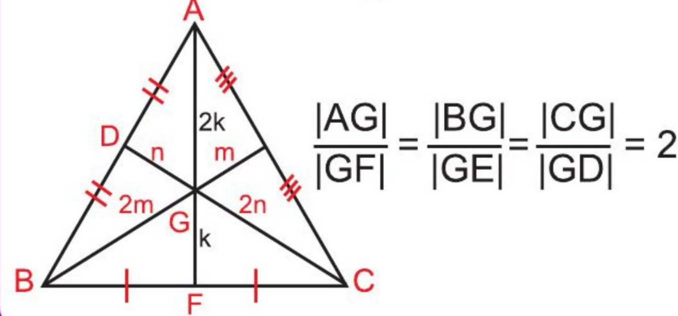
$$\frac{c}{m} = \frac{b}{n}$$



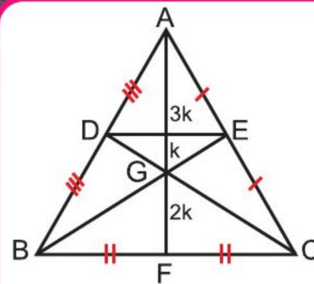
[AD] açıortay, $\frac{c}{m+n} = \frac{b}{n}$

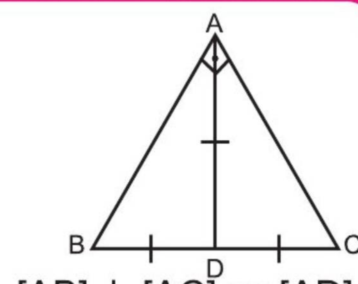
KENARORTAY

- Bir üçgenin kenaortaylarının kesiştiği noktaya ağırlık merkezi denir ve "G" ile gösterilir.



$$\frac{|AG|}{|GF|} = \frac{|BG|}{|GE|} = \frac{|CG|}{|GD|} = 2$$



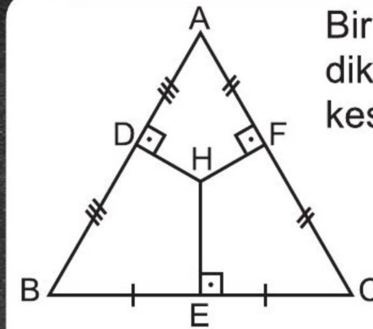


[AB] ⊥ [AC] ve [AD] kenarortay |AD| = |DB| = [DC]' dir.

Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay

KENAR ORTA DİKME

- Bir doğru parçasına orta noktasında dik olan doğruya orta dikme denir.
- Bir doğru parçasının orda dikmesi üzerinde alınan herhangi bir nokta, doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktadır.



Bir üçgenin kenar orta dikmeleri bir noktada kesişir.

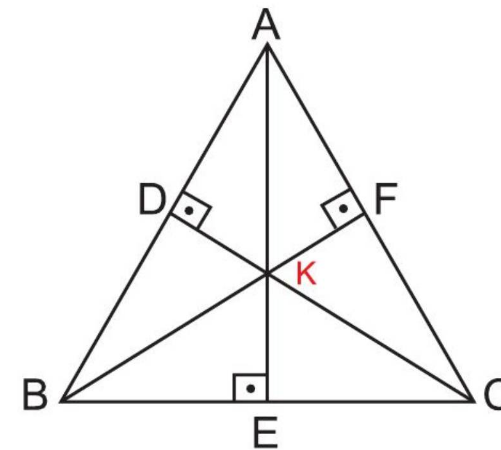
ABC üçgeninde

[DH] ⊥ [AB], |AD| = |DB|

[HE] ⊥ BC], |BE| = |CE|

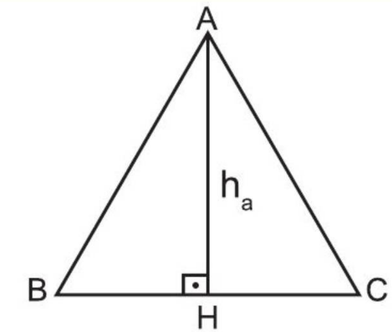
[DH] ⊥ [AB], |AF| = |CF|

olmak üzere, H noktası kenar orta dikmelerin kesişim noktasıdır.



K noktası diklik merkezidir.

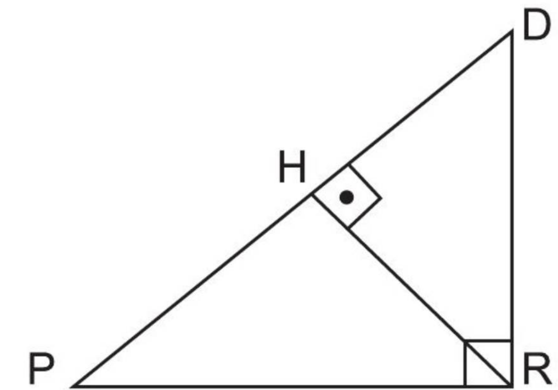
YÜKSEKLİK



ABC üçgeninde [AH] ⊥ [BC] olmak üzere,

[AH], [BC]' nin yüksekliğidir.

[AH] = h_a'dır. H noktasına dikme ayağı adı verilir. Bir ABC üçgeninin yükseklikleri veya yüksekliklerinin uzantıları bir noktada kesişir. Bu noktaya ABC üçgeninin diklik merkezi adı verilir. Diklik merkezi dar açılı üçgenlerde üçgenin içinde, dik açılı üçgende dik köşede, geniş açılı üçgende üçgenin dışındadır.



R noktası diklik merkezidir.

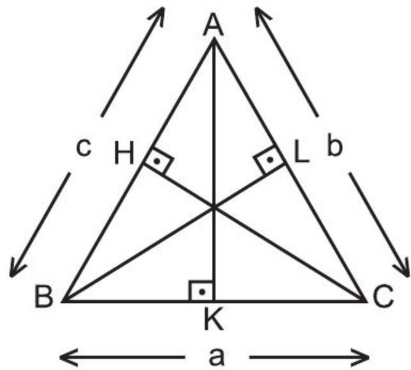


AÇILAR ve ÜÇGENLER - V

GEOMETRİ

ÜÇGENİN ALANI

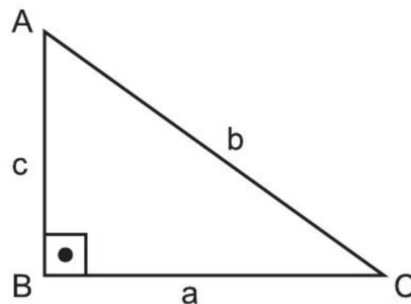
DAR AÇILI ÜÇGENDE ALAN



$|AK| = h_a$, $|BL| = h_b$, $|CM| = h_c$

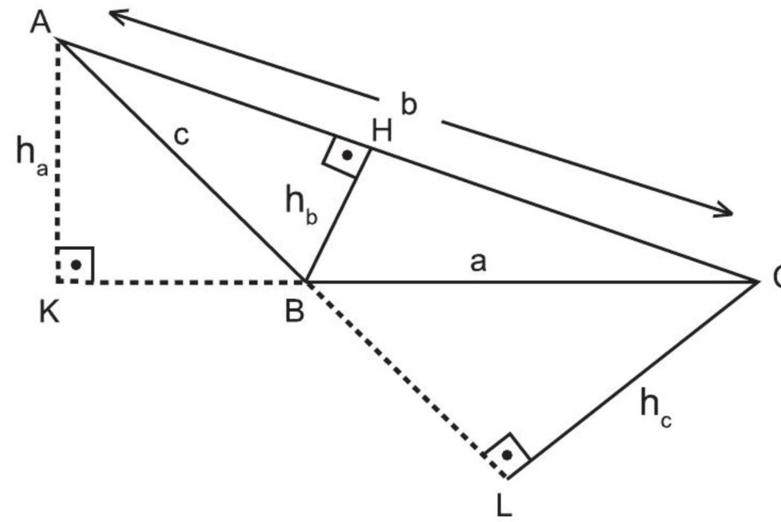
$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a.h_a}{2} = \frac{b.h_b}{2} = \frac{c.h_c}{2}$$

DİK AÇILI ÜÇGENDE ALAN



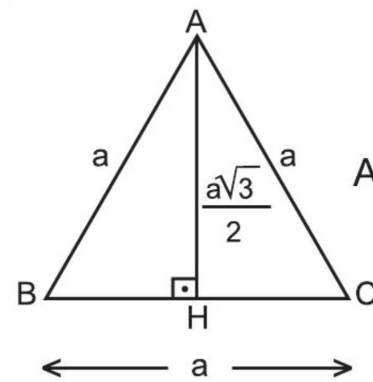
$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a.c}{2}$$

GENİŞ AÇILI ÜÇGENDE ALAN

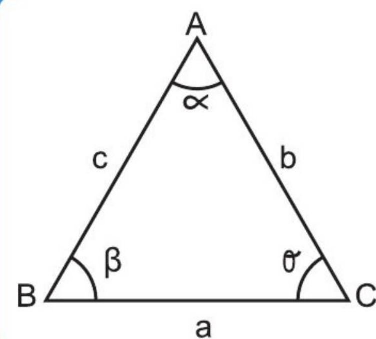


$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a.h_a}{2} = \frac{b.h_b}{2} = \frac{c.h_c}{2}$$

EŞKENAR ÜÇGENİN ALANI



$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

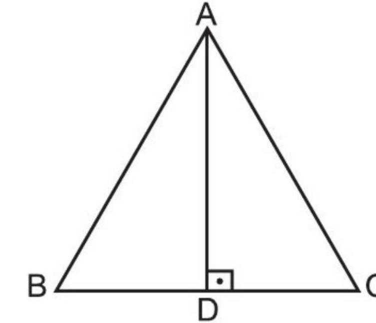


$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2}.\ b.c.\ \sin\alpha$$

$$= \frac{1}{2}.\ a.c.\ \sin\beta$$

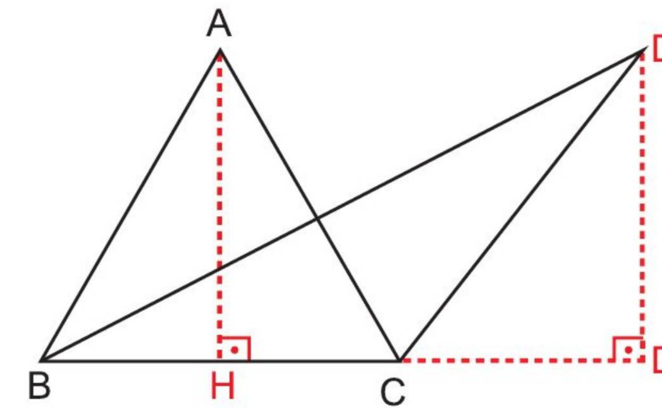
$$= \frac{1}{2}.\ a.b.\ \sin\theta$$

Aynı yüksekliğe sahip üçgenlerin alanların oranları taban uzunluklarının oranına eşittir.



$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABD})}{A(\overset{\triangle}{ADC})} = \frac{|BD|}{|DC|}$$

Aynı tabana sahip veya taban uzunlukları eşit olan üçgenlerin alanları oranı yüksekliklerinin oranına eşittir



$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DBC})} = \frac{|AH|}{|DE|}$$

Benzer iki üçgenin alanlarının oranı, benzerlik oranının karesine eşittir.



ÇOKGENLER ve DÖRTGENLER - I

GEOMETRİ

ÇOKGEN

$n \geq 3$ ve $n \in N$ olmak üzere, düzlemde sadece $A_1, A_2, ..., A_n$ noktalarında kesişen ve bu noktalardan herhangi üçü doğrusal olmayan $[A_1 A_2]$, $[A_2 A_3]$, ... $[A_{n-1} A_n]$, $[A_n A_1]$ nın birleşim kümesine çokgen denir.

Bu doğru parçalarına çokgenin kenarları, $A_1, A_2, ..., A_n$ noktalarına çokgenin köşeleri denir.

Çokgenin komşu olmayan herhangi iki köşesini birleştiren doğru parçasına köşegen denir.

Bir çokgenin köşe sayısı ile kenar sayısı eşittir.

Çokgenler köşe veya kenar sayılarına göre adlandırılır. Üçgen, dörtgen, beşgen, ...

$n \geq 3$, $n \in N$ olmak üzere, n kenarlı bir çokgenin dış açılarının ölçüsünün toplamı 360° 'dir.

DÜZGÜN ÇOKGEN

Bütün kenar uzunlukları eşit ve iç veya dış açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere düzgün çokgen denir.

$n \geq 3$, $n \in N$ olmak üzere, n kenarlı düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü,

$\dfrac{360^\circ}{n}$ 'dir.

Bir iç açısının ölçüsü $\dfrac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ 'dir.

Eşkenar üçgen ve kare dışındaki düzgün çokgenler adlandırılırken başına "düzgün" kelimesi getirilir.

DÖRTGEN

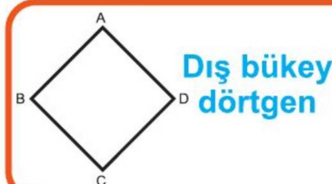
Herhangi üçü bir doğru üzerinde bulunmayan dört noktayı ardışık olarak birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu kapalı düzlemsel şekillere dörtgen denir.

DIŞ BÜKEY DÖRTGEN

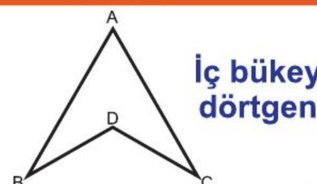
Her bir iç açısının ölçüsü 180° den küçük olan dörtgene dış bükey dörtgen denir.

İÇ BÜKEY DÖRTGEN

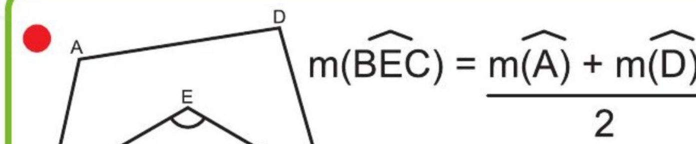
Herhani bir iç açısının ölçüsü 180° den büyük olan dörtgene iç bükey dörtgen denir.



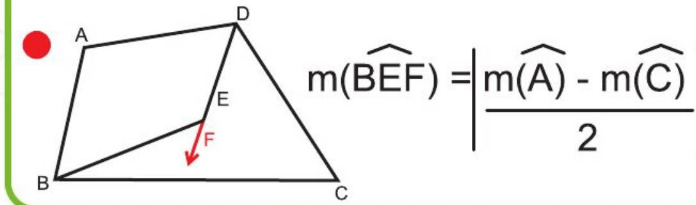
Dış bükey dörtgen



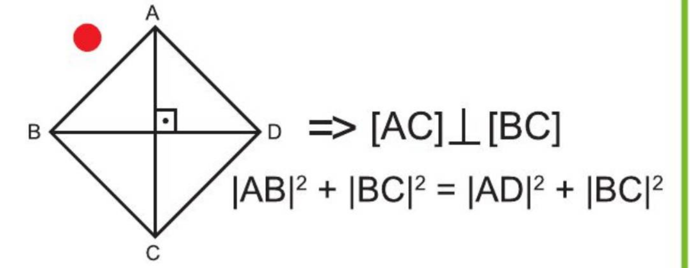
İç bükey dörtgen



$m(\widehat{BEC}) = \dfrac{m(\widehat{A}) + m(\widehat{D})}{2}$

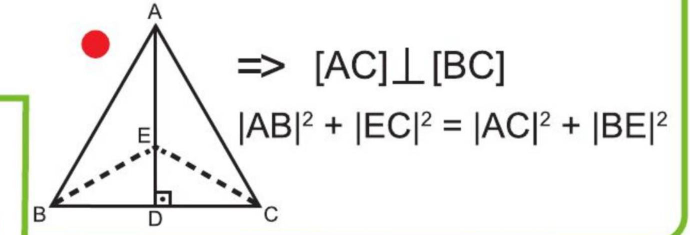


$m(\widehat{BEF}) = \left| \dfrac{m(\widehat{A}) - m(\widehat{C})}{2} \right|$



$\Rightarrow [AC] \perp [BC]$

$|AB|^2 + |BC|^2 = |AD|^2 + |BC|^2$

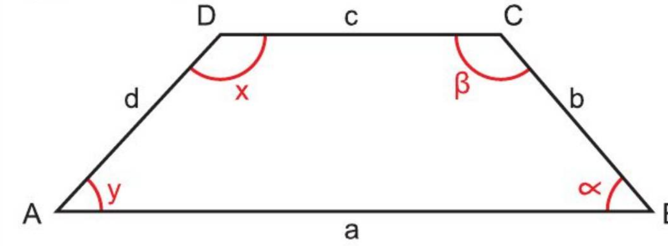


$\Rightarrow [AC] \perp [BC]$

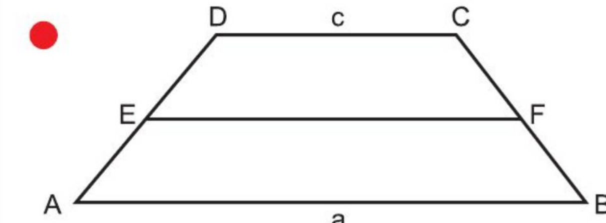
$|AB|^2 + |EC|^2 = |AC|^2 + |BE|^2$

YAMUK

- En az iki kenarı paralel olan dörtgene yamuk denir.



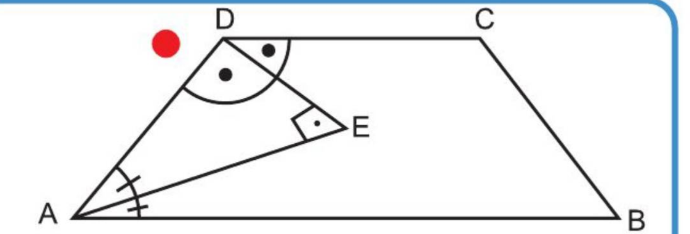
- ABCD yamuğunda [AB] // [DC]
- [AB] alt taban
- [DC] üst taban
- $x + y = 180^\circ$ $\propto + \beta = 180^\circ$



[DC] // [AB]

[AD] ile [BC]' nin orta noktaları olan E ve F noktalarını birleştiren doğru parçasına orta taban denir.([EF])

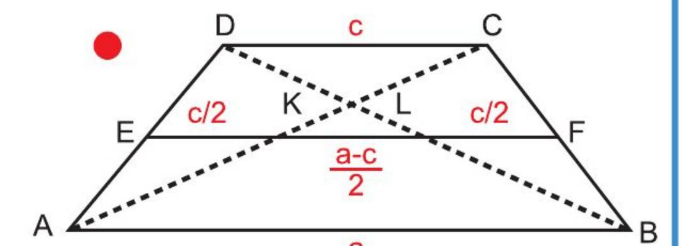
$[EF] // [AB] // [DC]$, $[EF] = \dfrac{a + c}{2}$



[DC] // [AB]

[DE] ve [AE] açıortay ise

m(DEA) = 90°' dir.



[EF] orta taban

[AC] ve [BD] köşegen

$|DC| = c$, $|AB| = a$

$\Rightarrow$

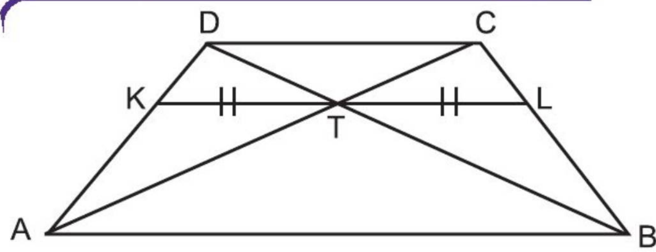
$|EK| = |LF| = \dfrac{c}{2}$

$|KL| = \dfrac{a-c}{2}$



ÇOKGENLER ve DÖRTGENLER - II

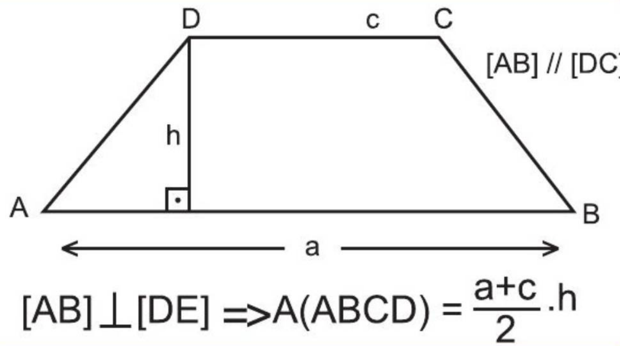
GEOMETRİ



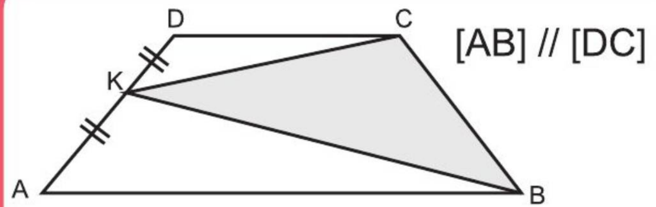
[AB] // [KL] // [DC] ve

[AC] ∩ [BD] = {T} olmak üzere

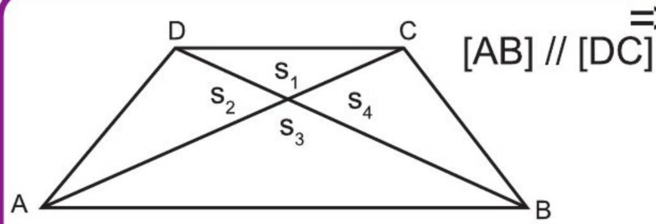
$[KT] = [TL] = \frac{a.c}{a+c}$ dir.



$[AB] \perp [DE] \Rightarrow A(ABCD) = \frac{a+c}{2}.h$



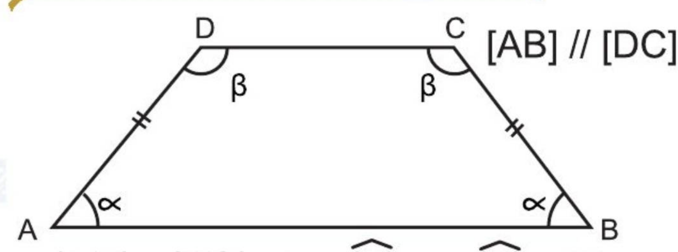
$|DE| = |AE| \Rightarrow A(ABCD).2 = A(\widehat{BEC})$' dir.



[AC] ve [BD] köşegen

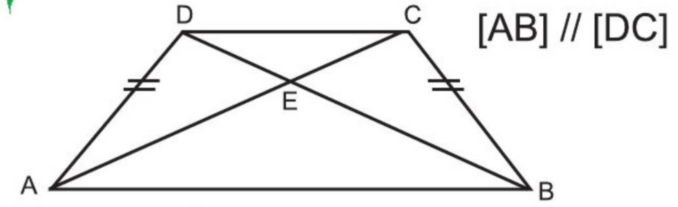
$\Rightarrow \quad s_1.s_3 = s_2.s_4$ ve $s_2 = s_4$ tür

İKİZKENAR YAMUK



$|AD| = |BC| \Rightarrow m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = \propto$

$m(\widehat{D}) = m(\widehat{C}) = \beta$

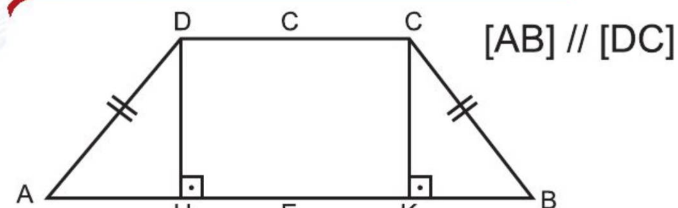


[AC] ve [BD] köşegen

$|AD| = |BC| \Rightarrow |AC| = |BD|$

$|ED| = |EC|$

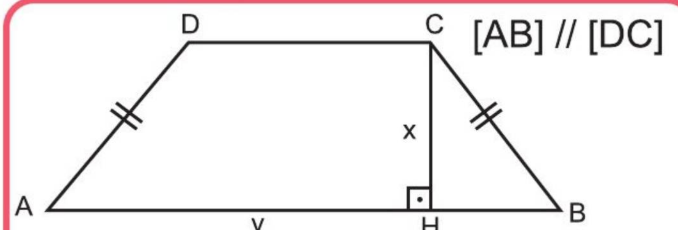
$|EB| = |EA|$' dır.



$[AD] = [CB]$, $[DH] \perp [AB]$,

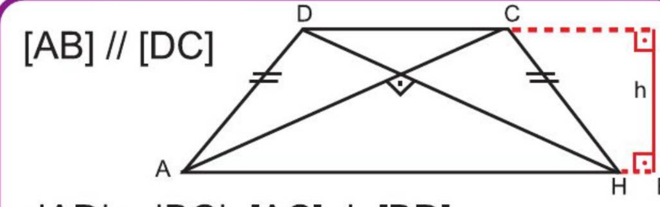
$[CE] \perp [AB]$, $|DC| = c$, $|AB| = a$

$\Rightarrow |AH| = |KB| = \frac{a-c}{2}$ dir.



$[AD] = [CB]$, $[CH] = x$, $[AH] = y$

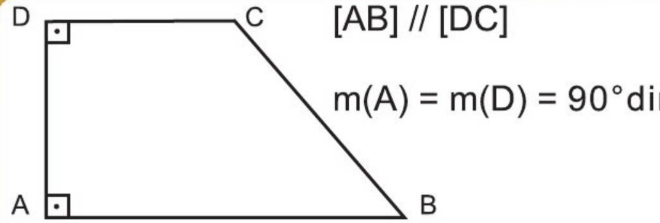
$\Rightarrow \quad A(ABCD) = x.y$' dir.



$|AD| = |BC|$, $[AC] \perp [BD]$,

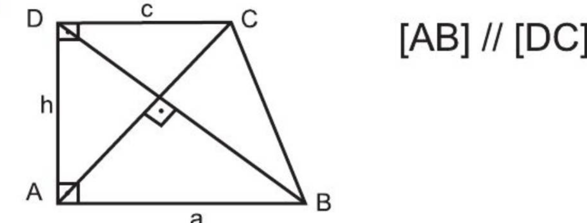
$\Rightarrow \quad h = \frac{a+c}{2}$ ve $A(ABCD) = h^2$'dir

DİKYAMUK



[AB] // [DC]

m(A) = m(D) = 90°dir.



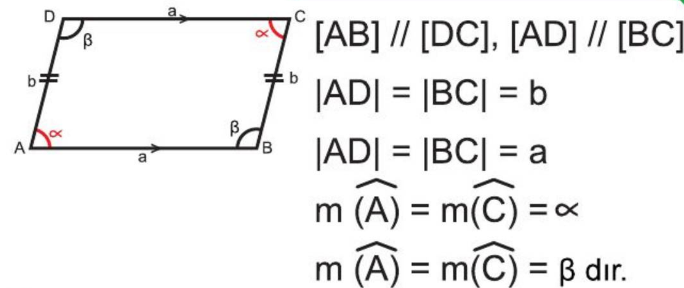
[AB] // [DC]

ABCD dik yamuk $[AC] \perp [BD]$

ve $|DA| = h \Rightarrow h^2 = a.c$' dir.

PARALELKENAR

Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgene paralelkenar denir.



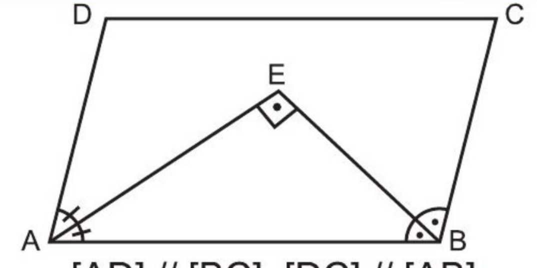
[AB] // [DC], [AD] // [BC]

$|AD| = |BC| = b$

$|AD| = |BC| = a$

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{C}) = \propto$

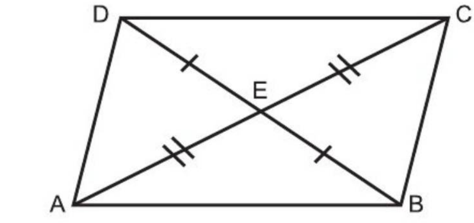
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{C}) = \beta$ dır.



[AD] // [BC], [DC] // [AB]

[AE] ve [EB] açıortay

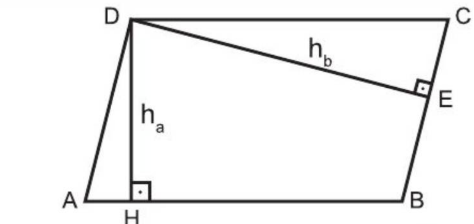
$\Rightarrow m(\widehat{E}) = 90°$ dir



[AD] // [BC], [DC] // [AB]

[AC] ve [DB] köşegen

$\Rightarrow |DE| = |BE|$ ve $|AE| = |CE|$' dir.



[AD] // [BC], [DC] // [AB]

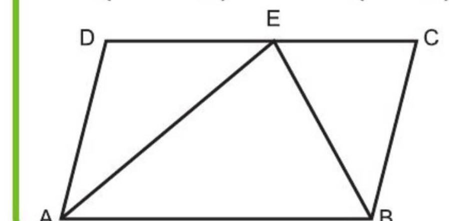
$[AB] \perp [DH]$, $[BC] \perp [DE]$

$\Rightarrow A(ABCD) = a.h_a = b.h_b$ 'dir

[AD] // [BC], [DC] // [AB] E G [DC]

$A(\widehat{AEB}) = A(\widehat{ADE}) + A(\widehat{BEC})$

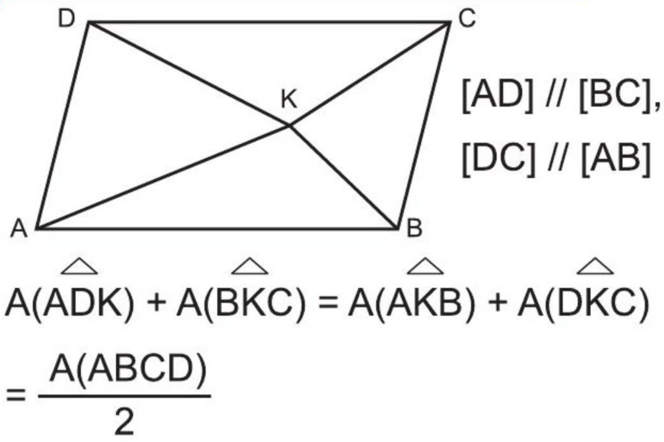
$\Rightarrow A(ABCD) = 2 . A(\widehat{AEB})$' dir.





ÇOKGENLER ve DÖRTGENLER - III

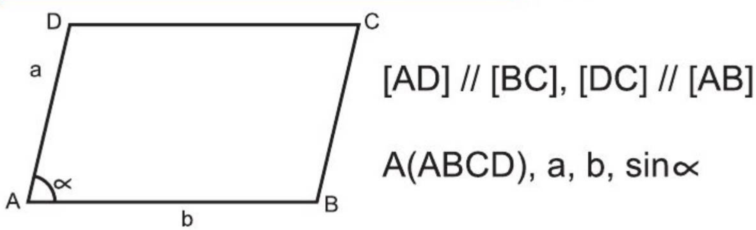
GEOMETRİ



[AD] // [BC],
[DC] // [AB]

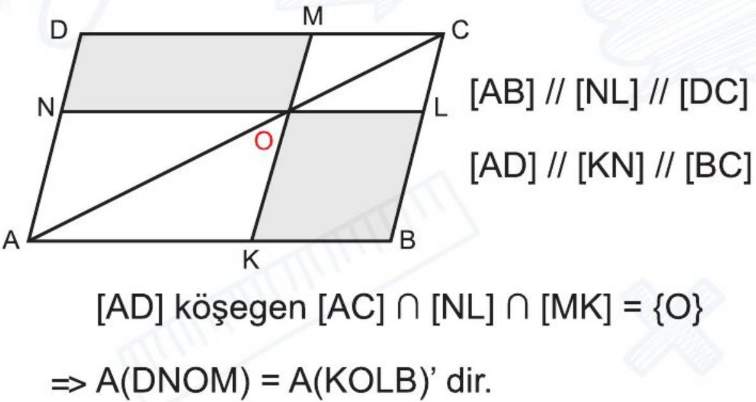
$A(\overset{\triangle}{ADK}) + A(\overset{\triangle}{BKC}) = A(\overset{\triangle}{AKB}) + A(\overset{\triangle}{DKC})$

$= \frac{A(ABCD)}{2}$



[AD] // [BC], [DC] // [AB]

A(ABCD), a, b, sin∝

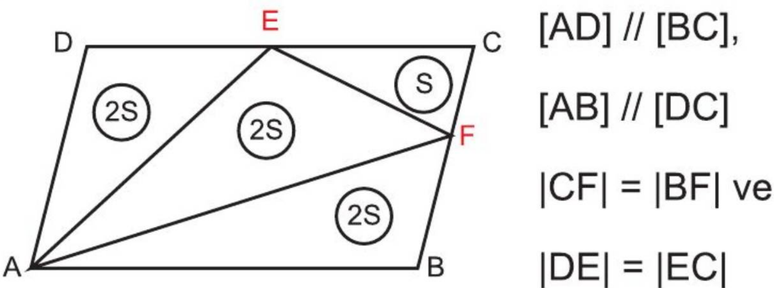


[AB] // [NL] // [DC]

[AD] // [KN] // [BC]

[AD] köşegen [AC] ∩ [NL] ∩ [MK] = {O}

=> A(DNOM) = A(KOLB)' dir.

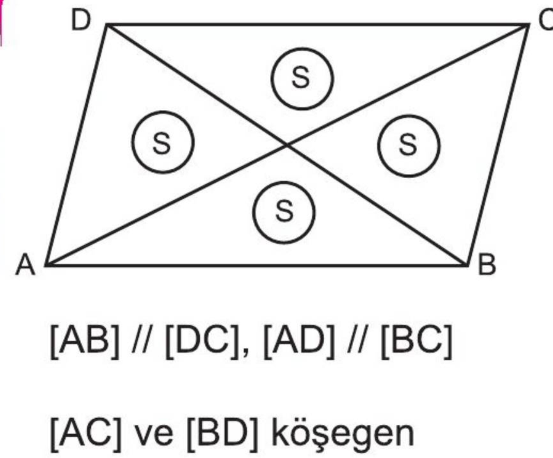


[AD] // [BC],

[AB] // [DC]

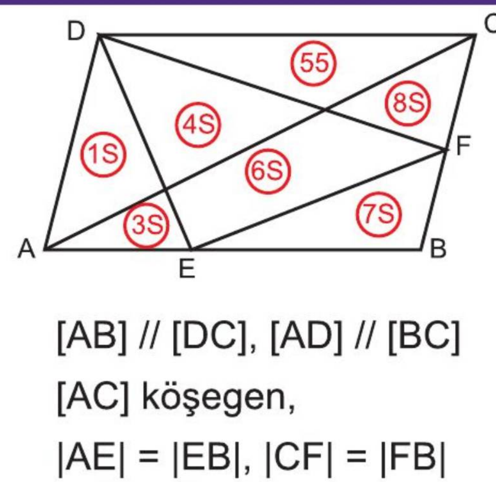
|CF| = |BF| ve

|DE| = |EC|



[AB] // [DC], [AD] // [BC]

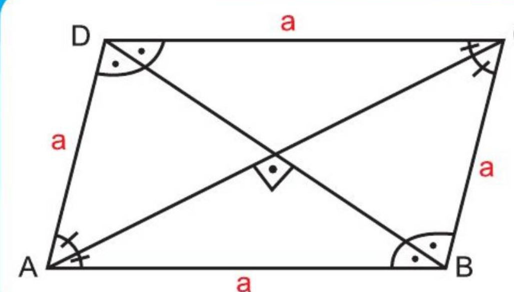
[AC] ve [BD] köşegen



[AB] // [DC], [AD] // [BC]
[AC] köşegen,
|AE| = |EB|, |CF| = |FB|

EŞKENAR DÖRTGEN

Kenar uzunlukları eşit olan paralelAkenara eşkenar dötrgen denir.

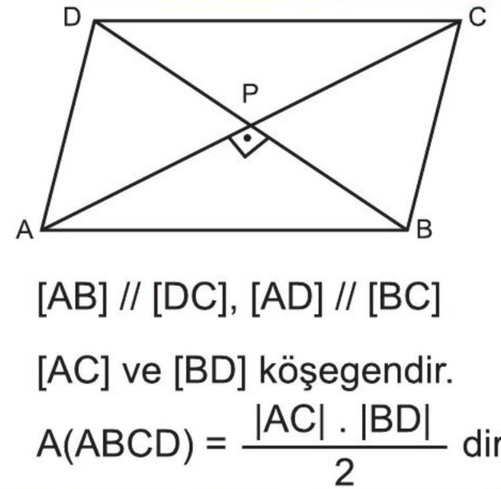


[AB] // [DC], [AD] // [BC]

[AC] ve [BD] köşegendir.

Köşegenler açıortaydır.

Köşegenler dik kesişir.

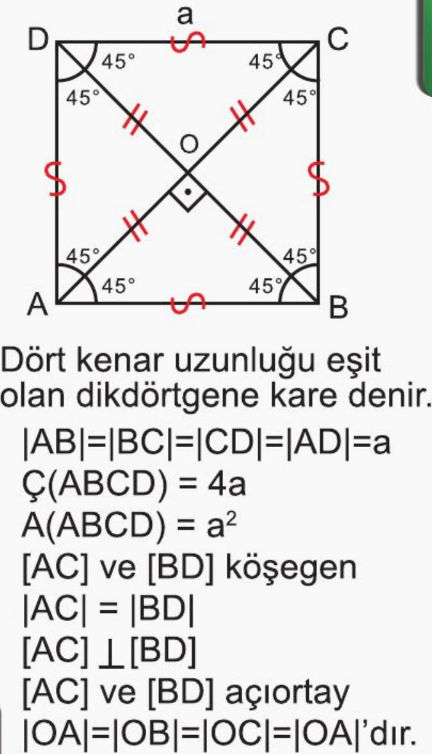


[AB] // [DC], [AD] // [BC]

[AC] ve [BD] köşegendir.

$A(ABCD) = \frac{|AC| \, . \, |BD|}{2}$ dir

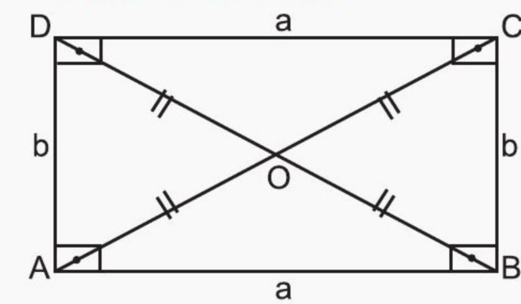
KARE



Dört kenar uzunluğu eşit olan dikdörtgene kare denir.

|AB|=|BC|=|CD|=|AD|=a
Ç(ABCD) = 4a
$A(ABCD) = a^2$
[AC] ve [BD] köşegen
|AC| = |BD|
[AC] ⊥ [BD]
[AC] ve [BD] açıortay
|OA|=|OB|=|OC|=|OA|'dır.

DİKDÖRTGEN



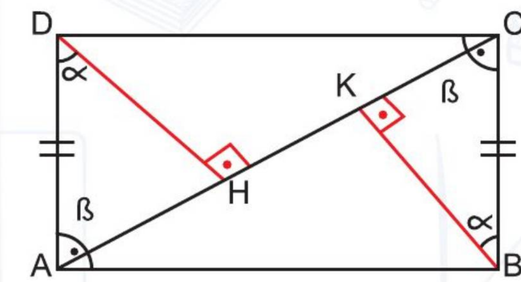
Açılarından biri 90° olan paralel kenara dikdörtgen denir.

|AB| = |DC| = a, |AD| = |BC| = b

Ç(ABCD) = 2a + 2b A(ABCD) = a.b

[AC] ve [BD] köşegendir.

=> |AC| = |BD|, |OA| = |OB| = |OC| = |OD|' dir.



ABCD dikdörtgen,

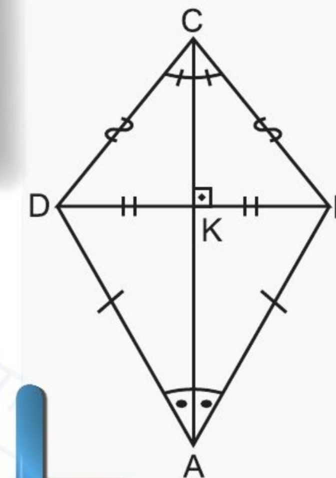
[AC] köşegen

[DH] ⊥ [AC] ve

[BK] ⊥ [AC]

=> $\overset{\triangle}{AHD} \cong \overset{\triangle}{CKB}$'dir.

DELTOİD

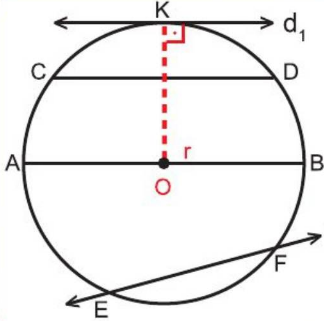


Bir ABCD dörtgeninde
|DC| = |BC| ve |AD| = |AB| ise
bu dörtgene detoid denir.
[AC] ve [BD] köşegen
[AC] ⊥ [BD]
[DK] = [KB]
[AC] açıortay
$m(\widehat{CDA}) = m(\widehat{CBA})$
$A(ABCD) = \frac{|AC| \, . \, |BD|}{2}$



ÇEMBER ve DAİRE - I

ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI



Merkezi O,yarıçapı IAOI=IOBI=r olan çember Ç(O,r) ile gösterilir

KİRİŞ
Çemberin farklı iki noktasını birleştiren doğru parçasına Çemberin kirişi denir.
[CD] çemberin bir kirişidir.

ÇAP
Merkezden geçen kirişe çemberin bir çapı denir.

YAY
Çemberde farklı iki nokta arasında kalan parçaya çemberin bir yayı denir.
$\overset{\frown}{AC}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{DE}$, $\overset{\frown}{BF}$, $\overset{\frown}{FE}$, $\overset{\frown}{EA}$
çemberin birer yayıdır.

KESEN
Çemberi farklı iki noktada kesen doğruya çemberin keseni denir.
d doğrusu çemberin bir kesenidir.

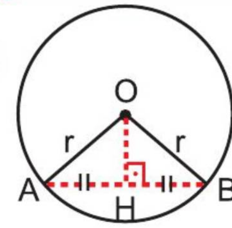
TEĞET
Çember ile yalnız bir ortak noktası bulunan doğruya çemberin bir teğeti denir.
d_1 doğrusu çembere K noktasında teğettir.

Çemberin merkezi ile teğetin değme noktasını birleştiren doğru teğete diktir.

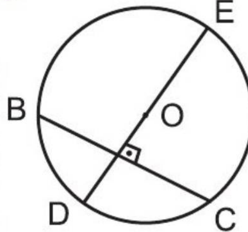
Bir Çember ile Bir Doğrunun Birbirine Göre Durumları.

Çemberin merkezinin bir doğruya olan dik uzaklığı h ve çemberin yarıçapı r olmak üzere ;
$h < r$ => doğru çemberi iki noktada keser.
$h=r$ => doğru çembere teğettir.
$h>r$ =>doğru çemberi kesmez.

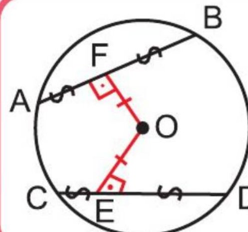
Çemberde Kirişin Özellikleri



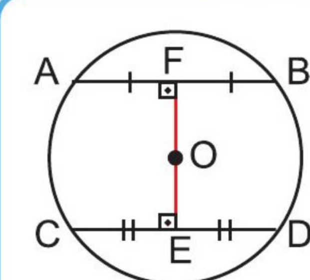
Bir çemberin merkezinden kirişine indirilen dikme kirişi ortalar.



Bir çemberin içerisinde herhangi bir noktadan geçen en kısa kiriş, o noktadan ve merkezden geçen doğruya dik olan kiriştir.



Bir çemberde eş kirişlerin merkeze olan uzaklıkları eşittir.

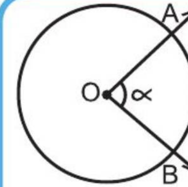


Bir çemberde iki kiriş merkezden eşit uzaklıkta değilse uzun olan kiriş merkeze daha yakındır.

ICDI > IABI => IOFI > IOEI

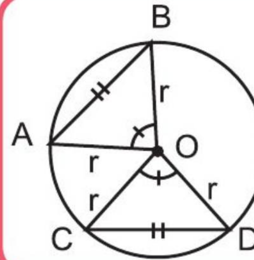
Çemberde Açılar

Merkez Açı
Köşesi merkezin çemberinde olan açıya çemberin merkez açısı denir.



Bir çemberde bir merkez açının ölçüsü bu merkez açının gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

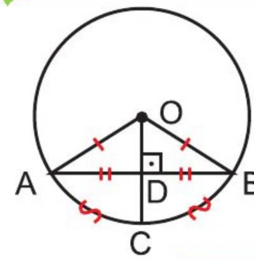
$\propto = m(\overset{\frown}{AB})$



Çemberde eş kirişlerin belirlediği yaylar eştir.

$m(A\widehat{O}B) = m(C\widehat{O}D)$

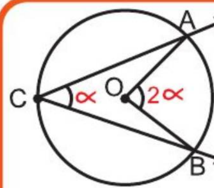
$m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{CD})$



Bir çemberin merkezinden kirişe indirilen dikme bir kirişin gördüğü yayı ortalar.

Çevre Açı

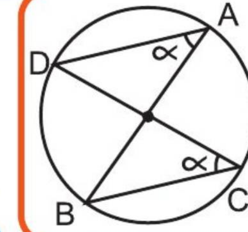
Köşesi çemberin üzerinde olan ve kenarları çemberi kesen açıya çemberin bir çevre açısı denir.



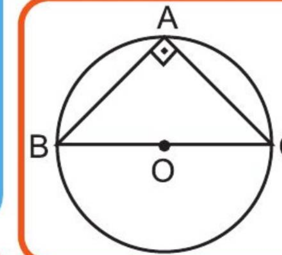
Birçemberde çevre açının ölçüsü,bu açının gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

$2m(A\widehat{C}B) = m(\overset{\frown}{AB})$

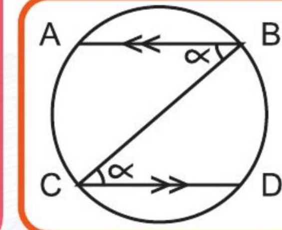
Bir çemberde çevre açının ölçüsü aynı yayı gören merkez açının ölçüsünün yarısına eşittir.



Aynı yayı gören çevre açıların ölçüleri eşittir.

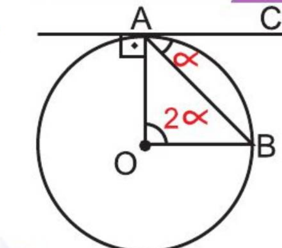


Bir çemberde çapı gören çevre açının ölçüsü 90^0 dir.



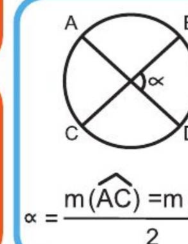
[AB] // [CD] Bir çemberde paralel iki kirişin arasında kalan yayların ölçüleri eşittir.

Teğet - Kiriş Açı
Köşesi çember üzerinde bulunan ve kenarlarından biri çemberin kirişi, diğeri çemberin teğeti olan açıya bu çemberin bir teğet-kiriş açısı denir.



Teğet kiriş açısının ölçüsü , bu açının gördüğü yay alçüsünün yarısına eşittir.

İç Açı
Çemberin içerisinde herhangi bir noktada kesişen iki kirişin oluşturduğu açıya iç açı denir.



Bir çemberde iç açının ölçüsü , bu açının gördüğü yayların ölçüleri toplamının yarısına eşittir.

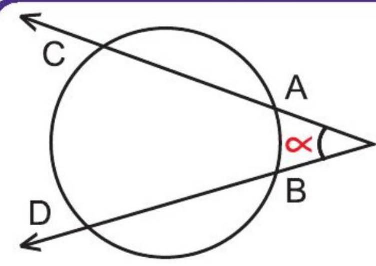
$\propto = \frac{m(\overset{\frown}{AC}) = m(\overset{\frown}{BD})}{2}$



ÇEMBER ve DAİRE - II

Dış Açı

Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen iki kesenin,iki teğetin veya bir teğet ile bir kesenin çemberin dışında oluşturduğu açıya çemberin dış açısı denir.



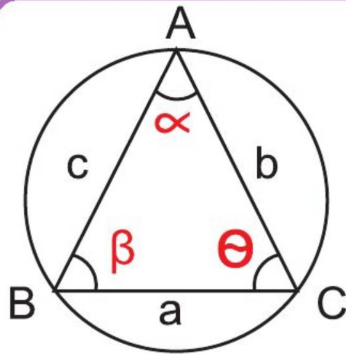
Bir dış açının ölçüsü gördüğü yaylardan büyük olan açı ile küçük olan açının ölçüsünün farkının yarısına eşittir.

$$\alpha = \frac{m(\widehat{CD}) - m(\widehat{AB})}{2}$$

Çevrel Çember ve Sinüs Teoremi

- Bir üçgenin köielerinden geçen çembere üçgenin çevrel çemberi denir.
- Bir üçgenin kenar orta dikmeleri çevrel çemberin merkezinden geçer.

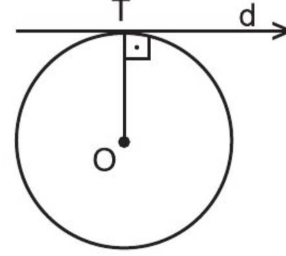
Sinüs Teoremi



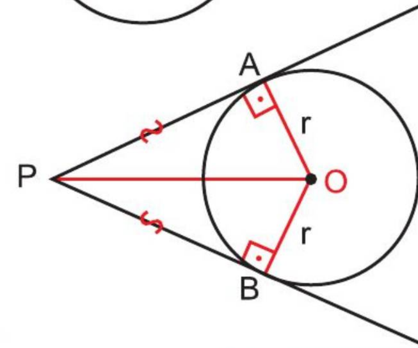
Çevrel çemberin yarıçapı R olmak üzere;

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \theta} = 2R \text{ 'dir.}$$

Çemberde Teğetin Özellikleri

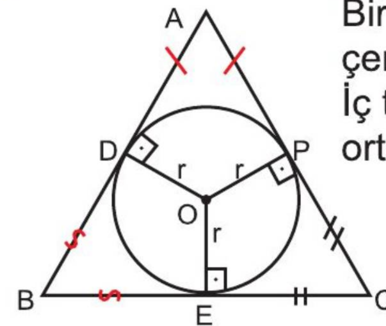


Çemberin merkezi ile teğetin değme noktasını birleştiren doğru,teğete diktir.



Bir çembere çemberin dışındaki bir noktadan çizilebilen teğet parçalarının uzunlukları eşittir.

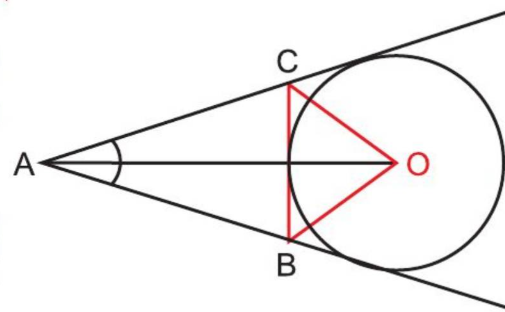
Üçgenin İç Teğet Çemberi



Bir üçgenin üç kenarına da teğet olan çembere üçgenin iç teğet çemberi denir. İç teğet çemberin merkezi üçgenin iç açı ortaylarının kesim noktasıdır.

IODI = IOPI = IOEI = r ve IADI = IAPI, IBDI = IBEI , ICEI = ICPI ‘dir.

Üçgenin Dış Teğet Çemberi

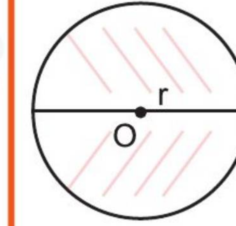


Üçgenin bir kenarına ve diğer iki kenarının uzantısına teğet olan çembere bu üçgenin bir dış teğet çemberi denir.

Bir üçgenin herhangi bir açısının iç açıortayı ile diğer iki açısının dış açı ortayı dış teğet çemberin merkezinde kesişir.

DAİRE

Dairenin Çevresi ve Alanı

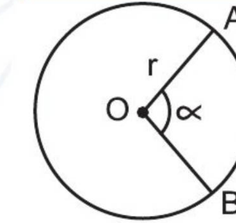


Bir çemberin kendisi ile iç bölgesinin birleşimine daire denir.

$$\frac{\text{dairenin çevre uzunluğu}}{\text{dairenin çap uzunluğu}} = \frac{Ç}{2r} = \pi$$

$\Rightarrow Ç = 2\pi r$

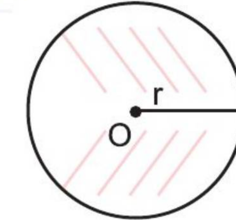
Yay Uzunluğu



O merkezli , r yarıçaplı dairede AOB merkez açısının gördüğü yay uzunluğu $|\widehat{AB}|$ ile gösterilir ve

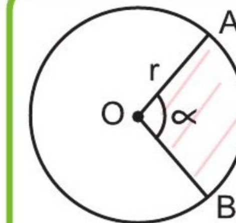
$|\widehat{AB}| = 2\pi r \cdot \dfrac{\alpha}{360^0}$ ile bulunur.

Alan



Yarı çapı r olan dairenin alanı πr^2 ile bulunur.

Daire Diliminin Alanı



Bir dairede herhangi bir yayın ve yayın uç noktalarını birleştiren iki yarıçapın sınırladığı bölgeye daire dilimi denir.

Merkez açısı ∝ olan daire diliminin alanı

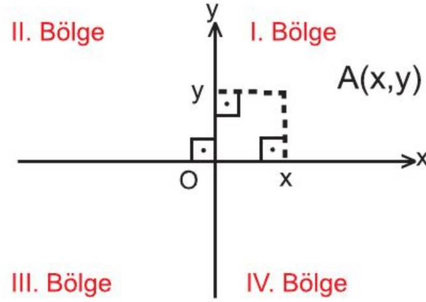
$\pi r^2 \cdot \dfrac{\alpha}{360^0}$ ile bulunur.



ANALİTİK GEOMETRİ ve DÖNÜŞÜMLER - I

GEOMETRİ

ANALTİK DÜZLEM

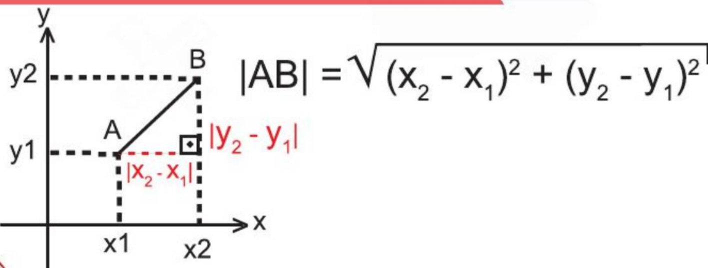


- Bir düzlemde başlangıç noktaları aynı olan ve dik kesişen iki koordinat doğrusunun oluşturduğu sisteme koordinat sistemi denir
- Yatay ekseni x ile, düşey ekseni y ile gösterilir.
- O noktası koordinat eksenlerinin kesim noktasıdır ve bu noktaya başlangıç noktası veya orjin denir.
- Üzerinde dik koordinat sistemi tanımlanmış düzleme analtik düzlem denir. Koordinat sistemi analtik düzlemi 4 bölgeye ayrır.
- A(x.y) ifadesinde x, A noktasının apsisi, y noktasının ordinatıdır.

  A(x.y) noktası
- I. Bölgede => $x>0$, $y>0$, (+,+)
- II. Bölgede => $x<0$, $y>0$, (-,+)
- III. Bölgede => $x<0$, $y<0$, (-,-)
- IV. Bölgede => $x>0$, $y<0$, (+,-)

  olur.

ANALTİK DÜZLEMDE İKİ NOKTA ARASINDAKİ UZAKLIK



$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

DOĞRU PARÇASININ BELLİ BİR ORANDA BÖLEN NOKTALARIN KOORDİNATLARI

$A(x_1,y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları verilsin.

$C\in[A,B]$ ve

$\frac{|AC|}{|CB|} = k$ ise "C noktası [AB]' nı k oranında içten böler" denir.

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = k \text{ ve } \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = k \text{ 'dır.}$$

$A(x_1.y_1)$ ve $B(x_2.y_2)$ noktaları verilsin.

$C\in[A,B]$ ve

$\frac{|AC|}{|CB|} = k$ ise "C noktası [AB]' nı k oranında dıştan böler" denir.

$$\frac{x-x_1}{x-x_2} = k \text{ ve } \frac{y-y_1}{y-y_2} = k \text{ 'dır.}$$

BİR DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTASI

$A(x_1,y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarının orta noktası

$$C\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) \text{ 'dir.}$$

ÜÇGENİN AĞIRLIK MERKEZİNİN KOORDİNATLARI

Köşeleri $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ ve $C(x_3,y_3)$ olan ABC üçgeninin ağırlık merkezi (G)

$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right) \text{ 'tür.}$$

ANALİTİK DÜZLEMDE DOĞRULAR

DOĞRUNUN EĞİMİ

Bir doğrunun x ekseni ile pozitif yönde yapmış olduğu açıya doğrunun eğim açısı denir.
Bir doğrunun eğim açısının tanjant değerine doğrunun eğimi denir ve "m" ile gösterilir.

İKİ NOKTASI BİLİNEN DOĞRUNUN EĞİMİ

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi;

$$m = \tan\alpha = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \text{ ile bulunur.}$$

PARALEL ve DİK KESİŞEN DOĞRULAR

d_1 doğrusunun eğimi m_1, d_2 doğrusunun eğimi m_2 olsun.

$d_1 // d_2 \Rightarrow m_1 = m_2$

$d_1 \perp d_2 \Rightarrow m_1 . m_2 = -1$

EĞİMİ ve BİR NOKTASI BİLİNEN DOĞRU DENKLEMİ

Eğimi m olan ve $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi

$$y - y_1 = m(x-x_1) \text{ ile bulunur.}$$

DENKLEMİ VERİLEN DOĞRUNUN EĞİMİ

$ax + by + c = 0$ doğrusunun eğimi (m)

$$m = -\frac{a}{b} \text{ ' dir.}$$

EKSENLERE PARALEL OLAN DOĞRUNUN DENKLEMİ

x eksenine paralel olan A(a,b) noktasından geçen doğrunun denklemi $y = b$ ' dir.

y eksenine paralel olan A(a,b) noktasından geçen doğrunun denklemi $x = a$ ' dır.

Orijinden geçen ve eğimi m olan doğrunun denklemi $y = mx$ ' tir.



ANALİTİK GEOMETRİ ve DÖNÜŞÜMLER - II

GEOMETRİ

İKİ DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

$d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$
$d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$

d_1 doğrusunun eğimi m_1 ,d_2 doğrusunun eğimi m_2 olsun.

d_1 ve d_2 doğruları sadece bir noktada kesişiyor ise $m_1 \neq m_2$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

$d_1 // d_2 \Rightarrow m_1 = m_2$ ' dir.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

d_1 ve d_2 doğruları çakışık ise eğimleri ve eksenleri kestiği noktalar aynı olur.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

BİR NOKTANIN BİR DOĞRUYA OLAN UZAKLIĞI

$A(x_1 + y_1)$

h

$H(x_o + y_o)$ $\quad d : ax + by + c = 0$

$$h = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$ ile bulunur.

PARALEL İKİ DOĞRU ARASINDAKİ UZAKLIK

A $\quad d_1 : ax_1 + by_1 + c_1 = 0$

ℓ

B $\quad d_2 : ax_2 + by_2 + c_2 = 0$

$$\ell = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$ ile bulunur.

DÖNÜŞÜMLER

ANALİTİK DÜZLEMDE TEMEL DÖNÜŞÜMLER

ÖTELEME DÖNÜŞÜMÜ

Analitik düzlemde verilen bir noktanın belli bir doğrultuda ve belli biryönde yer değiştirmesine öteleme denir.

- $A(x , y) \longrightarrow A'(x + a, y)$
  x ekseni boyunca pozitif yönde a birim öteleme
- $B(x , y) \longrightarrow B'(x - a, y)$
  x ekseni boyunca negatif yönde a birim öteleme
- $C(x , y) \longrightarrow C'(x, y + b)$
  y ekseni boyunca pozitif yönde b birim öteleme
- $D(x , y) \longrightarrow D'(x, y - b)$
  y ekseni boyunca negatif yönde b birim öteleme

DÖNME DÖNÜŞÜMÜ

P noktasının orijin etrafında pozitif yönde $\propto$ açısı kadar döndürülmesi ile elde edilen P' noktası
$P'(x', y') = R\propto(P)$
$= (x\cos\propto - y\sin\propto,\ x\sin\propto + y\cos\propto)$

olur $\propto$ açısına dönme açısı denir ve $\propto$ açısı kadar dönme dönüşümü $R\propto$ ile gösterilir.

Herhangi bir (x,y) noktası orijin etrafında pozitif yönde

- 90° döndürüldüğünde, $R_{90^\circ}(x,y) = (-y,x)$
- 180° döndürüldüğünde, $R_{180^\circ}(x,y) = (-x,-y)$
- 270° döndürüldüğünde, $R_{270^\circ}(x,y) = (y_1,-x)$
- 360° döndürüldüğünde, $R_{360^\circ}(x,y) = (x,y)$ olur.

SİMETRİ DÖNÜŞÜMÜ

- A (x,y) noktasının B(a,b) noktasına göre simetriği, $A'(2a - x , 2b - y)$ ' dir.
- A (a,b) noktasının x eksenine göre simetriği, $A'(a_1 - b)$ ' dir.
- A (a,b) noktasının y eksenine göre simetriği, $A'(-a , b)$ ' dir.
- A (a,b) noktasının y = x doğrusuna göre simetriği, $A'(b , a)$ ' dır.

BİR NOKTANIN BİR DOĞRUYA GÖRE SİMETRİĞİ

$A(x_1 , y_1)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna göre simetriğibulunurken,

- Doğrunun eğimi $m = -\frac{a}{b}$ bulunur.
- [AA'] ile $ax + by + c = 0$ doğrusu birbirine dik olduğundan [AA'] 'nın eğimi $m = \frac{b}{a}$ olur.
- Eğimi $\frac{b}{a}$ olan ve $A(x_1 , y_1)$ noktasından geçen AA' doğrusunun denklemi $y - y_1 = \frac{b}{a}(x - x_1)$ yazılır.
- $ax + by + c = 0$ doğrusunun denklemi ile yeni bulunan AA' doğrusunun denkleminin ortak çözümü yapılarak K(k , p) kesim noktası bulunur.
- $A'(x_1 , y_1)$ noktasının K(k , p) noktasına göre simetriği alınarak $A'(2k - x_1 , 2p - y_1)$ bulunur.

Bu nokta $A(x_1 , y_1)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna göre olan simetriğidir.



ANALİTİK GEOMETRİ ve DÖNÜŞÜMLER - III

GEOMETRİ

BİR DOĞRUNUN BİR NOKTAYA GÖRE SİMETRİĞİ

d_1 doğrusunun A noktasına göre simetriği d_2 doğrusu ise $d_1 // d_2$ ' dir.

d_2 doğrusunun denklemini bulmak için A noktasının d_1 üzerindeki iz düşümü olan $A'(x,y)$ noktasının A(a,b) noktasına göre simetriği alınarak elde edilen nokta d_1 doğru denkleminde x ve y yerine yazılır. Böylece d_1 doğrusunun A noktasına göre simetriği olan d_2 doğrusu elde edilir.

ÖTELEMELİ DÖNME DÖNÜŞÜMÜ

Öteleme ve dönme dönüşümünün birlikte uygulandığı dönüşümlere ötelemeli dönme dönüşümü denir. Ötelemeli dönme dönüşümleri uygulanan şekillerde herhangi iki nokta arasındaki uzaklık değişmez ve şekillerin üzerindeki açıların ölçüleri de aynı kalır.

ÖTELEMELİ SİMETRİ DÖNÜŞÜMÜ

Öteleme ve simetri dönüşümlerinin birlikte uygulandığı dönüşümlere ötelemeli simetri dönüşümü denir.
Ötelemeli simetri dönüşümleri uygulanan şekillerde uzaklıklar değişmez şeklin üzerindeki açıları yönleri değişir.

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

Analitik düzlemde M(a,b) merkezli ve r yarı çaplı çember denklemi,
$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ' dir.

BAZI ÖZEL ÇEMBERİN DENKLEMİ

- Merkezi orijinde olan r yarıçaplı çember denklemi,
  $x^2 + y^2 = r^2$
- Merkezi x ekseni üzerindeki M(a,0) noktasında olan r yarıçaplı çemberin denklemi,
  $(x - a)^2 + y^2 = r^2$
- Merkezi y ekseni üzerindeki M(0,b) noktasında olan r yarıçaplı çemberin denklemi,
  $x^2 + (y-b)^2 = r^2$
- y eksenine teğet olan M(a,b) merkezli, r yarıçaplı çemberin denklemi,
  $(x - a)^2 + (y-b)^2 = a^2$
- x eksenine teğet olan M(a,b) merkezli, r yarıçaplı çemberin denklemi,
  $(x - a)^2 + (y-b)^2 = b^2$
- Her iki eksenede teğet olan çemberin denklemi,

Çemberin merkezi

I.Bölgede $\Rightarrow (x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$
II.Bölgede $\Rightarrow (x+r)^2 + (y-r)^2 = r^2$
III.Bölgede $\Rightarrow (x+r)^2 + (y+r)^2 = r^2$
IV.Bölgede $\Rightarrow (x-r)^2 + (y+r)^2 = r^2$

ÇEMBERİN GENEL DENKLEMİ

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ şeklindeki denkleme çemberin genel denklemi denir.

$m\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right), r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$

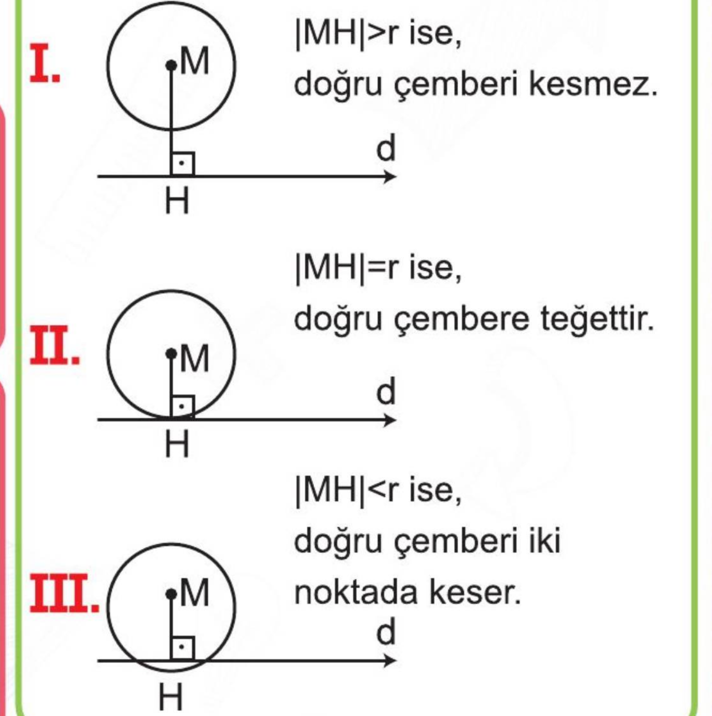
- $D^2 + E^2 - 4F > 0 \Rightarrow$ verilen denklem çember belirtir.
- $D^2 + E^2 - 4F = 0 \Rightarrow$ verilen denklem bir nokta belirtir.
- $D^2 + E^2 - 4F < 0 \Rightarrow$ verilen denklem reel sayılar kümesinde çember belirtmez.

$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey = 0$ denkleminin çember belirtmesi için,

- c = 0 olmalıdır.
- x^2 ' li ve y^2 ' li terimlerin katsayıları eşit ($A=B\neq0$) olmalıdır.
- $\left(\frac{D}{A}\right)^2 + \left(\frac{E}{A}\right)^2 - 4 \cdot \frac{E}{2} > 0$ olmalıdır.

DENKLEMİ VERİLEN DOĞRU İLE ÇEMBERİN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

Doğru ile çemberin birbirine göre durumları çemberin merkezinin doğruya olan uzaklığına göre değerlendirilir. Herhangi bir d doğrusu ile merkezi M, yarıçapı r olan çemberin birbirine göre üç durumu vardır.



I. $|MH|>r$ ise, doğru çemberi kesmez.

II. $|MH|=r$ ise, doğru çembere teğettir.

III. $|MH|<r$ ise, doğru çemberi iki noktada keser.

Genel denklemi $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ olan çember ile $y=mx + n$ doğrusunun ortak çözümü yapılarak doğru ile çemberin birbirlerine göre durumları incelenir.

Çember denkleminde y yerine mx + n yazılarak $ax^2 + bx + c = 0$ şeklinde denklem elde edilir. Bu denklemin diskriminantı $\Delta = b^2 - 4ac$ olmak üzere,

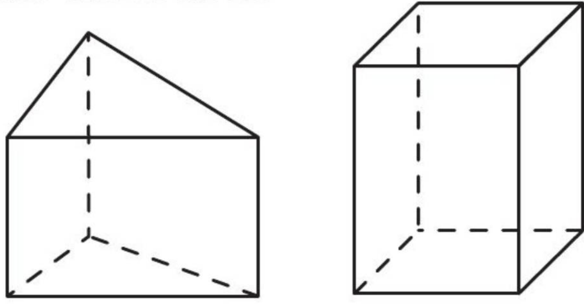
- $\Delta < 0 \Rightarrow$ doğru çemberi kesmez.
- $\Delta = 0 \Rightarrow$ doğru çembere teğettir.
- $\Delta > 0 \Rightarrow$ doğru çemberi iki noktada keser.



KATI CİSİMLER

DİK PRİZMA

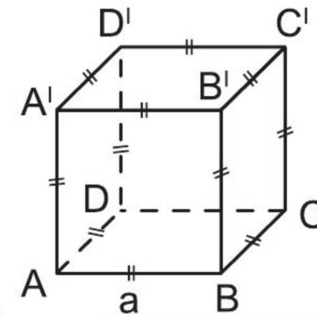
Dik prizmalar tabanı oluşturan çokgene göre isimlendirilir.



Üçgen dik prizma   Dörtgen dik prizma

KÜP

Bütün ayrıt uzunlukları eşit olan dikdörtgenler prizmasına küp denir.



Yüzey Alanı=$6a^2$

Hacim=a^3

DÜZGÜN DÖRT YÜZLÜ

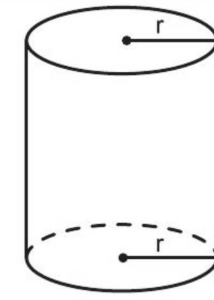
Tüm yüzeyleri eşkenar üçgen piramide düzgün dört yüzlü denir. Bir ayrıtı a birimolan düzgün dört yüzlünün

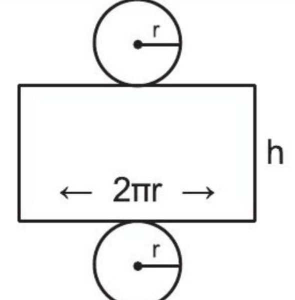
Yüzey Alanı $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ br^2

Yan Yüz Yüksekliği $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ birim

Hacmi $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ br^3

SİLİNDİR





Silindirin Yanal Alanı = $2\pi rh$

Silindirin Yüzey Alanı = $2\pi rh + 2\pi r^2$

Silindirin Hacmi = $\pi r^2.h$

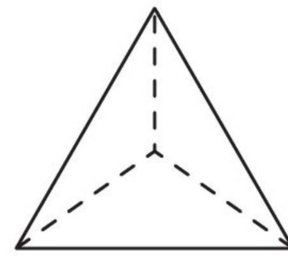
DİK PRİZMANIN YANAL ALANI = Taban Çevresi x Yükseklik

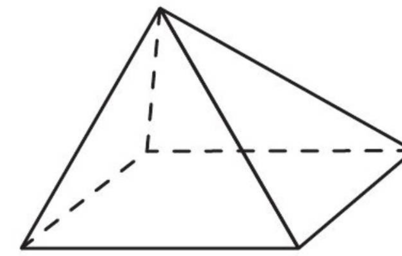
DİK PRİZMANIN YÜZEY ALANI = Yanal Alan x 2. Taban Alanı

DİK PRİZMANIN HACMİ = Taban Alanı x Yükseklik

DİK PİRAMİT

Dik piramitler tabanı oluşturan çokgene göre isimlendirilir.





Üçgen Dik Prizma   **Dörtgen Dik Prizma**

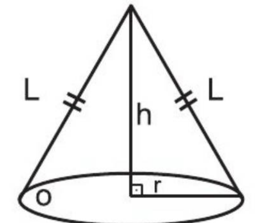
KONİ

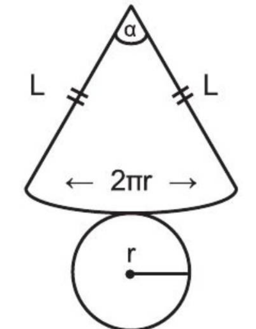
Koninin Yanal Alanı = $\pi r.L$

Koninin Yüzey Alanı = $\pi r.L+\pi r^2$

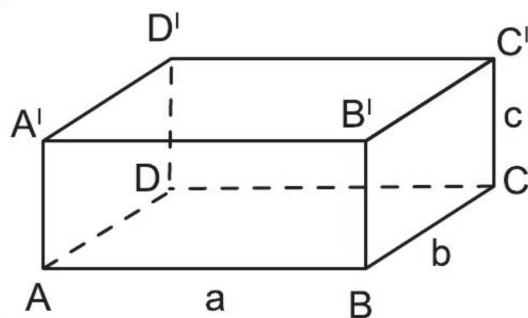
Koninin Hacmi = $\frac{\pi r^2.h}{3}$

$$\frac{\alpha}{360°} = \frac{r}{L}$$





DİKDÖRTGENLER PRİZMASI



Yüzey Alanı=2.(ab+bc+ac)

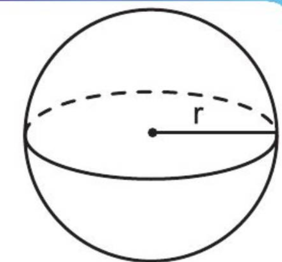
Hacim=a.b.c

Dik Piramidin Yanal Alanı = $\frac{\text{Taban Çevresi x Yan Yüz Yüksekliği}}{2}$

Dik Piramidin Yüzey Alanı = Taban Alanı + Yanal Alan

Dik Piramidin Hacmi = $\frac{\text{Taban Alanı x Yükseklik}}{3}$

KÜRE



Kürenin Yüzey Alanı = $4\pi r^2$

Kürenin Hacmi = $\frac{4}{3}.\pi r^3$

